

**МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО СВЯЗИ И ИНФОРМАТИЗАЦИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ  
ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА**

---

**Л.Н. Щелованов, Г.С. Антонова, Е.М. Доронин, С.В. Рыжкова**

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ  
ТАКТОВОЙ СЕТЕВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ**

**Учебное пособие**

**220200, 200900, 220400**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2000**

Щелованов Л.Н., Антонова Г.С., Доронин Е.М., Рыжкова С.В. Основы теории тактовой сетевой синхронизации (спец. 220200, 200900, 220400): Учеб. пособие / СПбГУТ. – СПб, 2000.

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия.

Рассмотрены системы тактовой сетевой синхронизации на базе теории многосвязных систем автоматического управления и цифрового моделирования. Раскрыты физические процессы при работе основных узлов системы сетевой синхронизации. Изложены требования, предъявляемые к характеристикам тактовой сетевой синхронизации, и приведены примеры получения основных характеристик. Приведены алгоритмы и программа цифрового моделирования систем синхронизации.

В основу пособия положен курс лекций, читаемый по учебным дисциплинам «Моделирование систем», «Теория автоматического управления», «Компьютерные сети», а также результаты ряда научно-исследовательских работ. Предназначено для студентов специальностей 220200, 200900, 220400, а также аспирантов и специалистов в области телекоммуникаций. Может быть использовано при выполнении курсовых и дипломных работ.

Ответственный редактор *Л.Н. Щелованов*

Рецензенты: *В.Г. Коршун, А.Н. Путилин*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблема тактовой сетевой синхронизации особо остро встала в связи с бурным развитием цифровых сетей связи. Например, в цифровых сетях синхронной цифровой иерархии (SDH) необходим единый временной растр, обеспечивающий согласованную работу цифровых систем передачи (ЦСП) и цифровых систем коммутации (ЦСК). Можно привести и другие примеры, когда необходима поэлементная синхронизация множества пространственно разнесенных генераторов, например, в сложных радио и телевизионных системах, системах навигации и т. д.

Система тактовой сетевой синхронизации представляет собой сеть синхронизации и является подсистемой сложной телекоммуникационной сети. Рассматривая сеть синхронизации в качестве подсистемы телекоммуникационной сети, необходимо иметь представление о структуре и основных особенностях функционирования последней. Только в этом случае будут понятны источники фазовых искажений, которые вносятся в сеть синхронизации. Эти вопросы изложены во втором разделе настоящего пособия.

Сеть синхронизации является многосвязной системой автоматического управления (МСАУ), причем в узлах сети находятся ведомые часы (устройства ФАПЧ). На основе теории МСАУ получены основные соотношения, позволяющие исследовать характеристики сети синхронизации.

Раскрыты физические процессы, происходящие при работе ведомых часов, при типовых возмущениях (скачках фазы и частоты). Показано, что сеть синхронизации относится к астатическим многосвязным САУ.

Из-за сложности и большой размерности системы тактовой сетевой синхронизации наиболее эффективным методом ее исследования является метод цифрового моделирования, реализуемый на ЭВМ. В пособии произведен вывод универсальной цифровой модели и раскрыт наиболее существенный вопрос теории цифрового моделирования, связанный с получением матриц перехода от  $L$ -преобразования к  $Z$ -преобразованию, позволяющий формализовать определение коэффициентов цифровой модели.

Разработанный метод цифрового моделирования позволяет исследовать процессы в сложных многосвязных системах при произвольных входных сигналах.

При наличии цифровой модели появилась возможность исследовать устойчивость сети синхронизации методом  $D$ -разбиения, определив области устойчивости и неустойчивости.

Исследована динамика функционирования сети синхронизации (переходные процессы) и проведено исследование фазовых ошибок в установившемся режиме. Раскрыта физическая сущность установившейся фазовой ошибки и показана связь установившейся ошибки с полосой удержания.

Рассмотрены специальные критерии для оценки качества функционирования сетей синхронизации: ошибка временного интервала (ОВИ) и максимальная ошибка временного интервала (МОВИ).

# 1. ОСОБЕННОСТИ ЦИФРОВЫХ СЕТЕЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

## 1.1. Этапы развития цифровых сетей телекоммуникаций

В настоящее время бурными темпами происходит развитие сетей телекоммуникаций. Являясь частью инфраструктуры экономики, они играют чрезвычайно важную роль в развитии общества, определяют степень его развития. Эволюция сетей телекоммуникаций включает в себя закономерный переход к цифровым сетям, происходивший поэтапно.

В начале 60-х годов [1] в нескольких странах появились отдельные цифровые линии, построенные по принципу импульсно-кодовой модуляции (ИКМ) с использованием временного разделения каналов (ВРК). Цифровые каналы имеют значительно меньшую вероятность ошибки ( $10^{-6}$ ) по сравнению с аналоговыми каналами ( $10^{-4}$ ) и их производительность в 5-7 раз выше аналоговых. Таким образом, развитие цифровых телекоммуникационных сетей берет свое начало с момента появления цифровых систем передачи (СП). Цифровые СП требовали синхронизации потока бит, что осуществлялось независимо от систем коммутации (СК), и на этом этапе не возникало необходимости в синхронизации сети в целом [2]. С точки зрения стандартизации в это время были приняты важные соглашения, а именно, частота 8 кГц была выбрана в качестве частоты дискретизации речевых сигналов, а 64 Кбит/с - в качестве скорости их передачи. Тем не менее, стандарты, поддерживающие транспортные уровни в Европе и Северной Америке различны. Так, в европейской системе (Бразилия поддерживает европейский стандарт), базовый сигнал состоит из 32 каналов по 64 Кбит/с каждый с общей скоростью 2048 Кбит/с, а северо-американский стандарт (Япония придерживается американского стандарта) содержит 24 канала по 64 Кбит/с каждый с общей скоростью равной 1544 Кбит/с. Цифровая иерархия, построенная на основе этих базовых скоростей с последующим мультиплексированием, получила название плезиохронной цифровой иерархии, ПЦИ (Plesiochronous Digital Hierarchy, PDH) и описана в рекомендациях [3,4]. Генераторы (часы) более высоких уровней мультиплексирования работают независимо от генераторов более низких уровней, что объясняет название иерархии.

По мере развития цифровых технологий в телекоммуникационных системах стали появляться цифровые системы коммутации (СК), что ознаменовало новый этап в развитии телекоммуникационных сетей. В связи с появлением цифровых СК появился целый ряд проблем, вызванных асинхронным мультиплексированием. В первую очередь это сложность интерфейсов между цифровыми СП и СК, которые требуют демultipлексирования всего сигнала для выделения индивидуального речевого канала. Кроме того, каждая операция мультиплексирования/демультиплексирования является источником фазовых дрожаний (jitter) и вносит искажения в сигналы, предназначенные для дальнейшего мультиплексирования или цифроаналогового преобразования.

Необходимость сопряжения цифровых СП и СК обусловила появление сетей синхронизации, от качества которых в большой степени зависит качество функционирования цифровых телекоммуникационных сетей.

Дальнейшая эволюция сетей была вызвана необходимостью объединения различных видов речевых и неречевых служб в рамках единой сети. Создание цифровых сетей интегрального обслуживания, ЦСИО (Integrated Service Digital Network, ISDN) [5] явилось реакцией со стороны разработчиков телекоммуникационных технологий на требование общества. В 1984 году МККТТ была разработана первая группа рекомендаций серии I с описанием основных принципов построения узкополосной ЦСИО (У-ЦСИО). Скорость передачи в такой сети равна 144 Кбит/с, что при первичном доступе к сети включает два речевых канала по 64 Кбит/с (В-каналы) и один канал для передачи данных и служебной информации со скоростью 16 Кбит/с (D-канал). В качестве способов коммутации У-ЦСИО приняты коммутация каналов (КК) для речи и коммутация пакетов (КП) для данных. Так как сеть позволяет интегрировать только ограниченный набор служб - передачу речевых сигналов, низкоскоростную передачу данных и черно-белых изображений, интеграция служб в рамках У-ЦСИО осуществлена частично и требует дальнейшего развития.

Следующий этап в развитии телекоммуникационных сетей, который можно считать революционным, уходит своими корнями в 60-е годы. В это время были разработаны лазеры (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, LASER) [6], которые нашли широкое применение в телекоммуникации при создании волоконно-оптических линий связи (ВОЛС). Очевидными преимуществами ВОЛС являются низкая вероятность ошибок ( $10^{-11}$ ), малое затухание (регенераторы располагаются на расстоянии около 100 км), невосприимчивость к электрическим и электромагнитным воздействиям. Появление новой передающей среды привело к решению проблемы интеграции различных служб в рамках единой сети на новом уровне. В результате произошел переход от узкополосных сетей интегрального обслуживания к широкополосным цифровым сетям интегрального обслуживания, Ш-ЦСИО (Broadband Integrated Service Digital Network, B-ISDN). Основные принципы сети нового поколения, определенные рекомендацией Международного Союза Электросвязи, МСЭ (International Telecommunication Union, ITU) I.121, включают в себя коммутацию пакетов, называемых ячейками (cells), и асинхронный режим доставки, АД (Asynchronous Transfer Mode, АТМ). Последний заключается в доставке АД - пакетов размером 53 байта (48 информационных) датаграммным способом [7]. Базовая скорость, определенная стандартными рекомендациями, принята равной 155,52 Мбит/с, что значительно превосходит базовую скорость У-ЦСИО. Ш-ЦСИО интегрирует широкий спектр служб, включая передачу подвижных цветных изображений и телевидения высокой четкости.

В 1985 году в Соединенных Штатах Америки появилась первая синхронная оптическая сеть SONET (Synchronous Optical Network), использующая принцип

синхронного мультиплексирования. С помощью нового принципа мультиплексирования была решена проблема сопряжения ВОЛС с телекоммуникационным оборудованием. В дальнейшем принципы, использованные в SONET [8], были применены при создании международного стандарта, получившего название синхронной цифровой иерархии, СЦИ (Synchronous Digital Hierarchy, SDH) [9]. Основным достоинством СЦИ по сравнению с ПЦИ является снятие необходимости демultipлексирования всего цифрового сигнала для извлечения индивидуального информационного канала. Это достигнуто путем введения специальных указателей (pointers).

## 1.2. Принципы мультиплексирования в рамках технологии SDH

Рассмотрим схему мультиплексирования, осуществляемую в рамках технологии SDH. Обобщенная схема (рис.1.1) разворачивается в детальную симметричную относительно контейнера C-4 схему мультиплексирования, предложенную в первом варианте стандарта G.709. Здесь  $xN$  означают коэффициенты мультиплексирования (например,  $x3$  на ветви от блока AU-32 к блоку AUG означает, что 3 административных блока мультиплексируются (объединяются) в одну группу административных блоков AUG).

В ней дополнительно используются обозначения, соответствующие принятым для высокоскоростных каналов широкополосной ISDN – B-ISDN.  $N_{nm}$  означает в B-ISDN высокоскоростной канал различного типа:

- $N_1$  - обобщенный канал, соответствующий первому уровню (или первичной скорости) иерархии PDH. Он разбивается на канал  $N_{11}$ , соответствующий американской ветви иерархии, т. е.  $N_{11}=1,5$  Мбит/с, и канал  $N_{12}$ , соответствующий европейской ветви иерархии, т. е.  $N_{12}=2$  Мбит/с.

- $N_2$  - обобщенный канал, соответствующий третьему уровню иерархии PDH. Он аналогично разбивается на  $N_{21}$  и  $N_{22}$ , где  $N_{21}=34$  Мбит/с, а  $N_{22}=45$  Мбит/с.

- $N_3$  в классификации не используется.

- $N_4$  - обобщенный канал, соответствующий четвертому уровню иерархии PDH. Он не разбивается на подуровни, т. е.  $N_4=140$  Мбит/с.

Из этой схемы видны варианты мультиплексирования группы блоков TUG-2:

- TUG-21 формируется или из одного TU-21 (вариант  $1xTU-21$ ) или из четырех TU-11 (вариант  $4xTU-11$ ), или из трех TU-12 (вариант  $3xTU-12$ ).

- TUG-22 формируется аналогично:  $1xTU-22$  или  $4xTU-12$ , или  $5xTU-11$ .

VC-3 – виртуальный контейнер уровня 3 – элемент структуры мультиплексирования SDH, который разбивается на два виртуальных контейнера: VC-31 и VC-32 – поля формата  $9x65$  байтов – для VC-31, и поля формата  $9x85$  байтов – для VC-32; полезная нагрузка VC-3 формируется либо из одного контейнера C-3 (прямой вариант схемы мультиплексирования), либо путем мультиплексирования нескольких групп TUG-2, а именно:

- VC-31 формируется как  $1xC31$  или  $4xTUG-22$ , или  $5xTUG-21$ ;

- VC-32 формируется как  $1xC32$  или  $7xTUG-22$ .



VC-4 – виртуальный контейнер уровня 4 – элемент структуры мультиплексирования SDH, который не разбивается по подуровням и представляет собой поле формата 9x261 байтов; его полезная нагрузка формируется либо из контейнера C-4 (прямой вариант схемы мультиплексирования), либо путем мультиплексирования нескольких групп TUG-2 и TU-3, а именно: VC-4 формируется как 1xC4 или 4xTU-31, или 3xTU-32, или 21xTUG-21, или 16xTUG-22.

AU-3 – административный блок уровня 3 – элемент структуры мультиплексирования SDH формата PTR + PL, разбивается на два подуровня AU-31 и AU-32, полезные нагрузки которых PL формируются из виртуального контейнера VC-31 или VC-32 соответственно; PTR – указатель административного блока – AU-3 PTR определяет адрес начала поля полезной нагрузки, а именно VC-31, VC-32. В результате получаем:

- AU-31 = AU-31 PTR + VC-31;
- AU-32 = AU-32 PTR + VC-32.

AU4 – административный блок уровня 4 – элемент структуры мультиплексирования SDH формата PTR + PL не имеет подуровней, PTR – указатель административного блока – AU-4 PTR (поле формата 9x1 байтов, соответствующее четвертой строке поля секционных заголовков SOH фрейма, STM-N) определяет адрес начала поля полезной нагрузки; полезная нагрузка PL формируется либо из виртуального контейнера VC-4 (прямой вариант схемы мультиплексирования), либо в результате мультиплексирования другими возможными путями, а именно: AU-4 формируется как 1xVC-4 или 4xVC-31, или 3xVC-32, или 21xTUG-21, или 16xTUG-22, причем фактически для передачи VC-31,32 и TUG-21,22 используется поле полезной нагрузки VC-4, в котором при размещении VC-32 и TUG-22 четыре левых столбца (4x9), а при размещении TUG-21 – восемь столбцов (8x9 байт) используются под фиксированные выравнивающие наполнители.

AUG – группа административных блоков - элемент структуры мультиплексирования SDH, появившийся во второй публикации стандарта G.709, формируется путем мультиплексирования административных блоков AU-3,4 с различными коэффициентами мультиплексирования: AUG формируется как 1xAU-4 или 4xAU-31, или 3xAU-32 и затем отображается на полезную нагрузку STM-1.

STM-1 – синхронный транспортный модуль – основной элемент структуры мультиплексирования SDH, имеющий формат вида: SOH + PL, где SOH – секционный заголовок – два поля в блоке заголовка размером 9x9 байтов, PL – полезная нагрузка, формируется из группы административных блоков AUG.

Синхронные транспортные модули STM-1 могут быть, согласно основной схеме мультиплексирования для иерархии SDH, мультиплексированы с коэффициентом N в синхронный транспортный модуль STM-N для последующей передачи по каналу связи.

Переход от аналоговых сетей к сетям с цифровыми системами передачи (СП) и системами коммутации (СК) выявил необходимость создания сетей

синхронизации, обеспечивающих качественное функционирование телекоммуникационных сетей. Основные положения по организации сетей синхронизации цифровых телекоммуникационных сетей содержатся в базовых рекомендациях организаций по стандартизации [10, 11, 12, 13].

## **2. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СИНХРОНИЗАЦИИ В ЦИФРОВЫХ СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ**

В цифровых иерархических сетях ПД, как синхронных так и асинхронных, в соответствии с рекомендациями ИТУ-Т, а также ETSI (Европейский институт телекоммуникационных стандартов) используется принудительный метод синхронизации узлов связи.

Развитие сетей ПД SONET и SDH в связи с особенностями их функционирования поставило новые вопросы, связанные с синхронным функционированием сетей.

Базовым функциональным модулем SONET является STS-1 - это блочная циклическая структура, имеющая скорость 51,84 Мбит/с. Соответствующим модулем для SDH является синхронный транспортный модуль STM-1 со скоростью передачи 155,52 Мбит/с. Как STS-1, так и STM-1 могут быть синхронно мультиплексированы для создания потоков более высокого уровня. В табл. 2.1 перечислены уровни цифровых иерархий SONET и SDH и их скорости передачи:

Таблица 2.1

SONET	SDH	Скорость передачи, Мбит/с
STS - 1	-	51,84
STS - 3	STM - 1	155,52
STS - 9	STM - 3	466,56
STS - 12	STM - 4	622,08
STS - 18	STM - 6	933,12
STS - 24	STM - 8	1244,16
STS - 36	STM - 12	1866,24
STS - 48	STM - 16	2488,32

Как отмечалось ранее, несколько потоков низшего уровня, как SDH, так и SONET, мультиплексируются в единый поток более высокого уровня. Ключевой характеристикой этих сетей является синхронное мультиплексирование потоков, при этом информация, передаваемая каждым из потоков низшего уровня, занимает фиксированную позицию в потоке высокого уровня.

Эта концепция резко контрастирует с концепцией PDH, где мультиплексирование производится асинхронно, т. е., чтобы достигнуть

информации, передаваемой на более низком уровне, необходимо демультиплексировать весь поток высшего уровня. Для достижения определенного цифрового сигнала 1 уровня (DS1) плезиохронной иерархии, представленной в табл. 2.2, необходимо демультиплексировать DS4 до DS3, затем DS3 до DS2 и DS2 до DS1 соответственно.

Таблица 2.2

Американский стандарт PDH		Европейский стандарт PDH	
Сигнал	Скорость передачи, Мбит/с	Сигнал	Скорость передачи, Мбит/с
DS1	1,544	E1	2,048
DS2	6,312	E2	8,448
DS3	44,736	E3	34,368
DS4	274,176	E4	139,264

Синхронное мультиплексирование в SDH и SONET делает возможным прямой доступ к требуемому цифровому сигналу более низкого уровня. Другой примечательной особенностью синхронной иерархии является то, что сигналы PDH как Североамериканского, так и Европейского стандартов могут быть мультиплексированы в кадре SONET или SDH. Таким образом, SONET/SDH объединяют различные стандарты цифровых иерархий, представляя общую платформу для их передачи.

Кадр в SONET/SDH состоит из двух частей (рис. 2.1):

1. Заголовок, который выполняет функции контроля ошибок, синхронизации, указания порядка синхронного модуля и содержит указатели, определяющие позицию полезной нагрузки внутри кадра.
2. Полезная нагрузка, которая содержит передаваемую информацию. Позиция полезной нагрузки в кадре не является жестко закрепленной. Полезной нагрузке позволяется "плавать" внутри кадра в пределах небольшого допуска. Начало полезной нагрузки указывается в заголовке кадра. Такая гибкость в расположении полезной нагрузки позволяет преодолевать небольшие частотные и фазовые отклонения между отдельными элементами сети (NE). Незначительные частотные расхождения между NE достигаются путем хронирования каждого NE сети SONET/SDH от внешнего эталонного генератора. Эти расхождения компенсируются свободным расположением полезной нагрузки в пределах небольшого допуска. Этот аспект является центральным для синхронизации сетей SONET и SDH.

В противоположность этому, асинхронное мультиплексирование, осуществляемое в PDH, включает в себя накопление битов (называемое также

поправкой) для компенсации расхождений временных соотношений мультиплексируемых потоков. Эти биты удаляются из передаваемых сигналов при демультимплексировании. Индивидуальное оборудование мультиплексирования/демультимплексирования функционирует по своим внутренним часам, которые не засинхронизированы от внешних часов.

Хотя элементы сети иерархии SONET засинхронизированы эталонным генератором, явления, вызывающие нарушения временных соотношений функционирующей сети, могут привести к расхождениям по фазе и частоте между элементами сети. Для преодоления подобных явлений, как отмечалось ранее, используется механизм указателей. Корректировка указателя проводится для преодоления временных расхождений между элементами синхронной сети. Байты указателей (H1, H2, и H3) представляют собой основу организации синхронизации на сети. В случае необходимости временной коррекции могут возникнуть два варианта:

- Часы передающего элемента сети (NE) идут быстрее часов принимающего NE. Вследствие этого скорость полезной нагрузки принимаемого STS-1 будет выше скорости кадра принимающего элемента сети. В этом случае принимающий NE вводит отрицательную корректировку указателя. Это означает, что указатель уменьшается, например на один байт. Кроме того, освободившийся байт H3 используется для передачи байта полезной нагрузки. Это называется отрицательным байтстаффингом.



Рис. 2.1. Структура модуля STM-1

- Часы передающего NE идут медленнее часов принимающего NE, и вследствие этого скорость полезной нагрузки принимаемого STS-1 ниже скорости кадра принимающего NE. В таком случае принимающий NE

вводит положительную коррекцию указателя, увеличивая его на байт. Позиция байта, непосредственно следующая за байтом НЗ, аннулируется. Это положительный байтстаффинг.

Схожий механизм корректировки указателя существует и в сети SDH. В этом случае корректировка указателя АУЗ включает увеличение или уменьшение указателя на три байта. Корректировка указателя сопровождается наполнением (положительным или отрицательным) трех байтов.

Процедура корректировки указателя устраняет необходимость в буферах сдвига. Это является преимуществом, поскольку буферы вносят задержку сигнала. Все элементы сети SONET/SDH синхронизируются от эталонного генератора. Сигнал синхронизации, достигая оконечного оборудования, претерпевает изменения, которые могут отрицательно сказаться на процессе синхронизации.

Изменения хронизирующего сигнала могут происходить из-за: шума часов (кратковременная нестабильность часов), переключения элемента сети к альтернативному эталону синхронизации, а также вхождения элемента сети в режим удержания синхронизации. Как было отмечено ранее, шум в NE вызывает беспорядочные корректировки указателя как в положительном, так и в отрицательном направлениях. Когда шум часов присутствует в нескольких NE в цепи SONET/SDH, это вызывает всплеск корректировок указателя. Когда происходит отказ всех эталонов синхронизации в одном из элементов сети NE, развивается длительный сбой частоты, и в данном NE происходят постоянные корректировки указателя одинаковой полярности. Переключение эталона синхронизации NE может привести к внезапному сдвигу фазы, вызывая тем самым процесс корректировки указателя. Поскольку каждая корректировка указателя вызывает значительный сдвиг фазы, то при повторяющихся корректировках указателя дрожание может накапливаться до неприемлемых значений и в конечном итоге привести к ошибкам в полезной нагрузке. Поэтому:

- Дрожание, вызванное корректировкой указателя, должно быть отфильтровано.
- Случаи корректировки указателя должны быть сведены к минимуму.

Кратковременная стабильность часов элементов сети является важным фактором в определении частоты корректировок указателя SONET/SDH, так как долговременная нестабильность не оказывает значительного влияния на активность корректировок указателя. Поскольку часы, специфицируемые в рекомендации G.812, не обладают требуемой кратковременной стабильностью, были сформулированы новые рекомендации для часов с повышенной кратковременной стабильностью, это рекомендация G.81s.

Как уже отмечалось, качество эталонного синхросигнала ухудшается с увеличением числа часов в тандеме. Для SDH цепь передачи сигналов синхронизации определена в рекомендации G.803 (рис. 2.2). Высокостабильный

генератор первичных эталонных часов (PRC) находится на вершине цепи синхронизации, которая содержит два типа подчиненных часов:

1. Часы, соответствующие рекомендации G.812, обычно называемые элементами синхронного обеспечения (SSU).
2. Часы, соответствующие рекомендации G.81s, как правило, называемые часами синхронного оборудования.

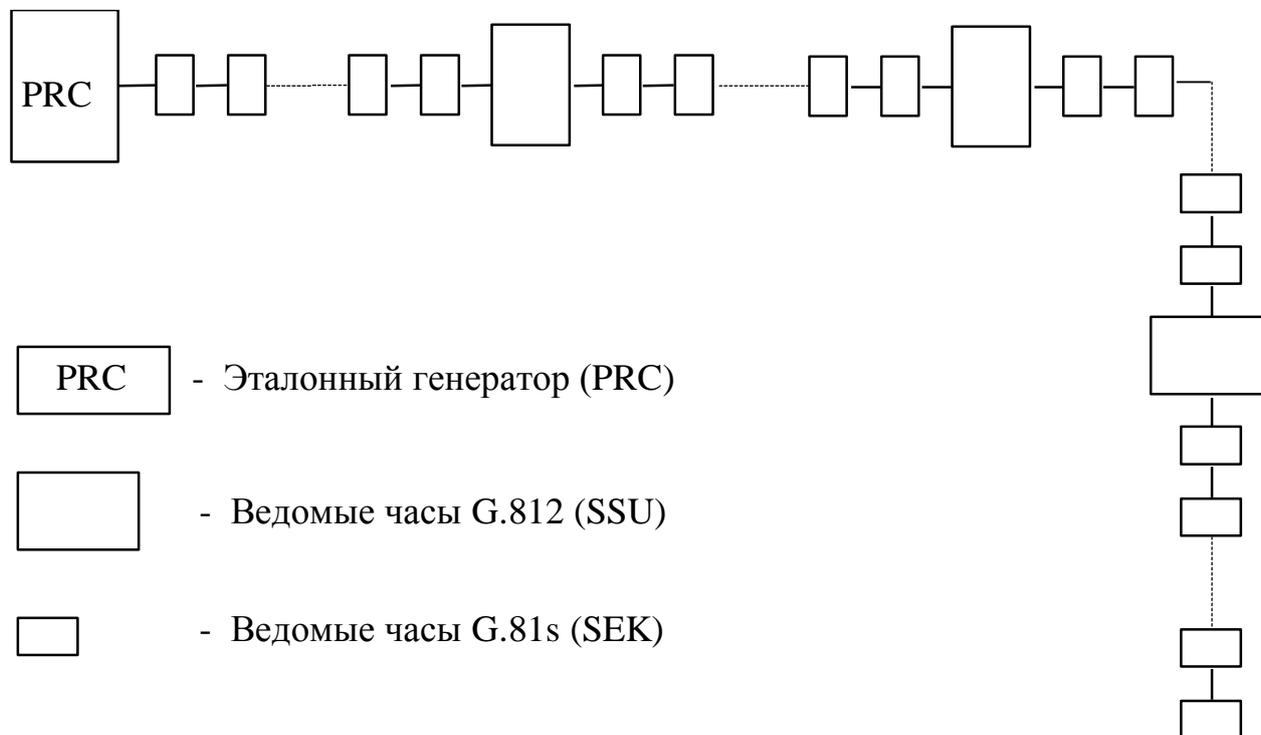


Рис. 2.2. Структурная схема сети синхронизации цифровых иерархий SONET/SDH

Рекомендация G.803, основываясь на теоретических расчетах, определяет, что в наилучшем случае цепь прохождения эталонного синхросигнала должна содержать не более десяти часов G.812, а каждый участок между часами G.812 должен содержать не более двадцати часов G.81s. Кроме того, общее количество часов G.81s в цепи не должно превышать шестьдесят. Эти цифры ни в коем случае нельзя превышать, а в практической цепи синхронизации количество часов в тандеме должно быть как можно меньше.

В рекомендации G.812 определены две категории часов: локальные и транзитные, но разница между этими категориями часов в сети SDH при работе в режиме удержания не существенна, так как синхронная иерархия не чувствительна к характеристикам долговременной стабильности.

Элементы синхронного обеспечения SSU обладают узкой полосой пропускания фильтра не более 0,1 Гц. Фильтр с такой характеристикой позволяет SSU отфильтровывать дрожание и отклонение фазы и частоты, накопленное устройствами синхронизации.

По сравнению с часами G.81s часы G.812 обладают высокой частотной стабильностью в режиме удержания, что способствует уменьшению частотного сдвига во время перебоев в хронировании.

В рекомендации G.81s указывается, что механизм указателя в SDH не чувствителен к фазовым вариациям в промежутке от 0,1 до 1000 с, а оборудование SDH чувствительно к фазовым вариациям в этом диапазоне. Поэтому в указанном промежутке требуются более строгие спецификации часов.

**Кратковременная стабильность часов G.81s определяется в рамках максимальной ошибки временного интервала (МОВИ). Согласно рекомендации МОВИ линейно повышается примерно от 20 нс в начале периода наблюдения до 40 нс через 0,03 с. После этого МОВИ остается неизменной.**

Данное значение кратковременной стабильности применимо при отсутствии повреждений эталонного генератора или когда часы находятся в режиме удержания. G.81s определяет спецификации, касающиеся фазовых вариаций на выходе часов в случае коротких (до 10 с) сбоев в передаче сигналов синхронизации. Примером кратковременных сбоев может служить переключение к альтернативному источнику синхронизации.

В сети ПД SONET организация распределения эталонного синхросигнала базируется на применении Структурно-интегрированного обеспечения синхронизации (BITS). На рис. 2.3 представлена схема синхронизации между двумя узлами связи сети SONET. Часы BITS в узле А осуществляют синхронизацию элемента сети (NE). В свою очередь NE определяет частоту выходного сигнала оптического носителя N (OC-N). На приемной стороне OC-N используют для извлечения сигнала DS-1, который синхронизирует часы BITS в узле В.

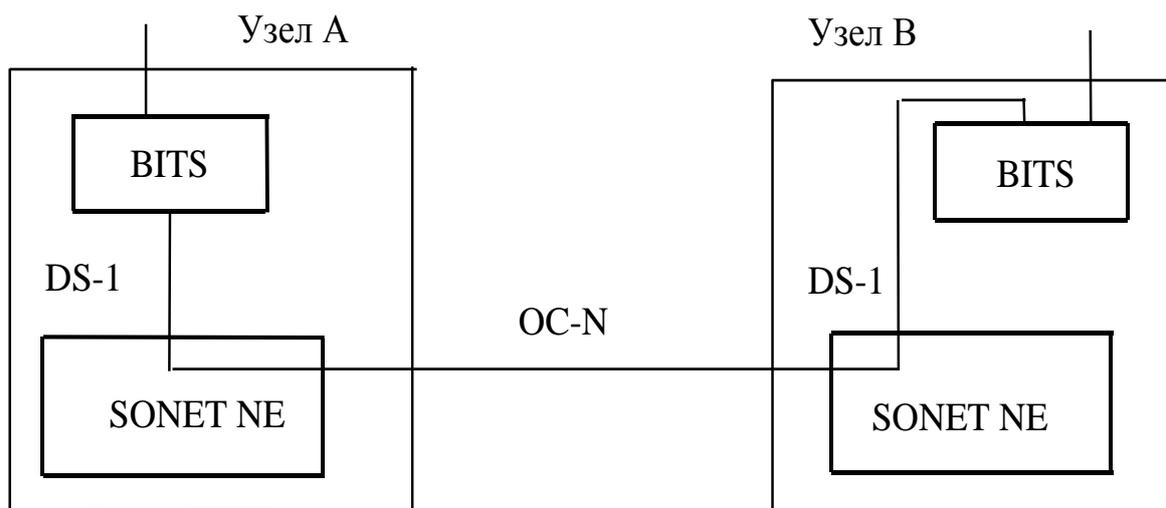


Рис. 2.3. Структурная схема синхронизации терминалов сети SONET

Таким образом, сигналы синхронизации между часами BITS распространяются при помощи терминалов SONET. Требования, предъявляемые к часам BITS, идентичны требованиям, предъявляемым к часам SSU сети SDH. Они способны отфильтровывать кратковременную нестабильность получаемого синхросигнала. Часы элементов сети SONET также соответствуют часам, применяемым к сети SDH, этим аналогом являются часы SEC.

Из сказанного выше следует, что распределение синхросигналов в сети SONET базируется на OC-N, это контрастирует с идеологией PDH (там синхронизация осуществляется при помощи сигналов DS-1). Одной из важных причин этого контраста является то, что при прохождении сигналов DS-1 через сеть SONET они подвергаются серьезной деградации кратковременной нестабильности. Эта нестабильность вызвана размещением сигналов PDH в потоке SONET процессами корректировки указателя.

Поэтому эталонные синхросигналы, являющиеся полезной нагрузкой в сети SONET, никогда не следует использовать для обеспечения синхронного функционирования узлов сети.

Важным аспектом, который необходимо учитывать при разработке топологии сети синхронизации, является количество часов в цепи синхронизации SONET. Проходя через последовательность часов, эталонный синхросигнал, как отмечалось, подвергается деградации. Исходя из этого, число часов в цепи синхронизации в сетях SONET должно быть минимальным, хотя Американский национальный институт стандартов (ANSI) не специфицировал никакого определенного числа.

В связи с тем, что идеология SONET/SDH применяется все шире и шире и сеть ПД эволюционирует от PDH к SONET/SDH, проблема дрожания фазы может порой порождать проблемы с выполнением рекомендаций, касающихся ограничения фазовых вариаций в PDH. Поэтому возникает необходимость усовершенствования процедур, связанных с ограничением влияния джиттера (фазовых дрожаний) на процесс синхронизации сети связи.

***Выше отмечалось, что сеть синхронизации SONET/SDH не так чувствительна к долговременной нестабильности эталонного синхрогенератора. Сеть синхронизации SONET/SDH более подвержена влиянию кратковременных нестабильностей эталонного синхросигнала. В связи с этим необходимы более детальные исследования влияния процессов, способствующих возникновению скачков фазы в синхронной цифровой иерархии и их воздействию на сеть синхронизации SONET/SDH, и ограничению этих воздействий.***

### **Влияние сбоев синхронизации в синхронной цифровой иерархии**

SDH является иерархической структурой, состоящей из функциональных уровней, при помощи которых осуществляется мультиплексирование цифровых

потоков в единый компонентный поток. Этот процесс может быть осуществлен на различных уровнях (в зависимости от скорости исходных потоков).

Как отмечалось ранее, преобразование низкоскоростных потоков в высокоскоростной поток связано с необходимостью согласования исходных потоков по фазе и частоте. Функции коррекции временных расхождений в SDH возлагаются на указатели (pointers). Для исследования процессов в системе синхронизации цифровой иерархии, вызванных сбоями в работе указателей, рассмотрим подробнее структуру группообразования SDH (рис. 2.4).

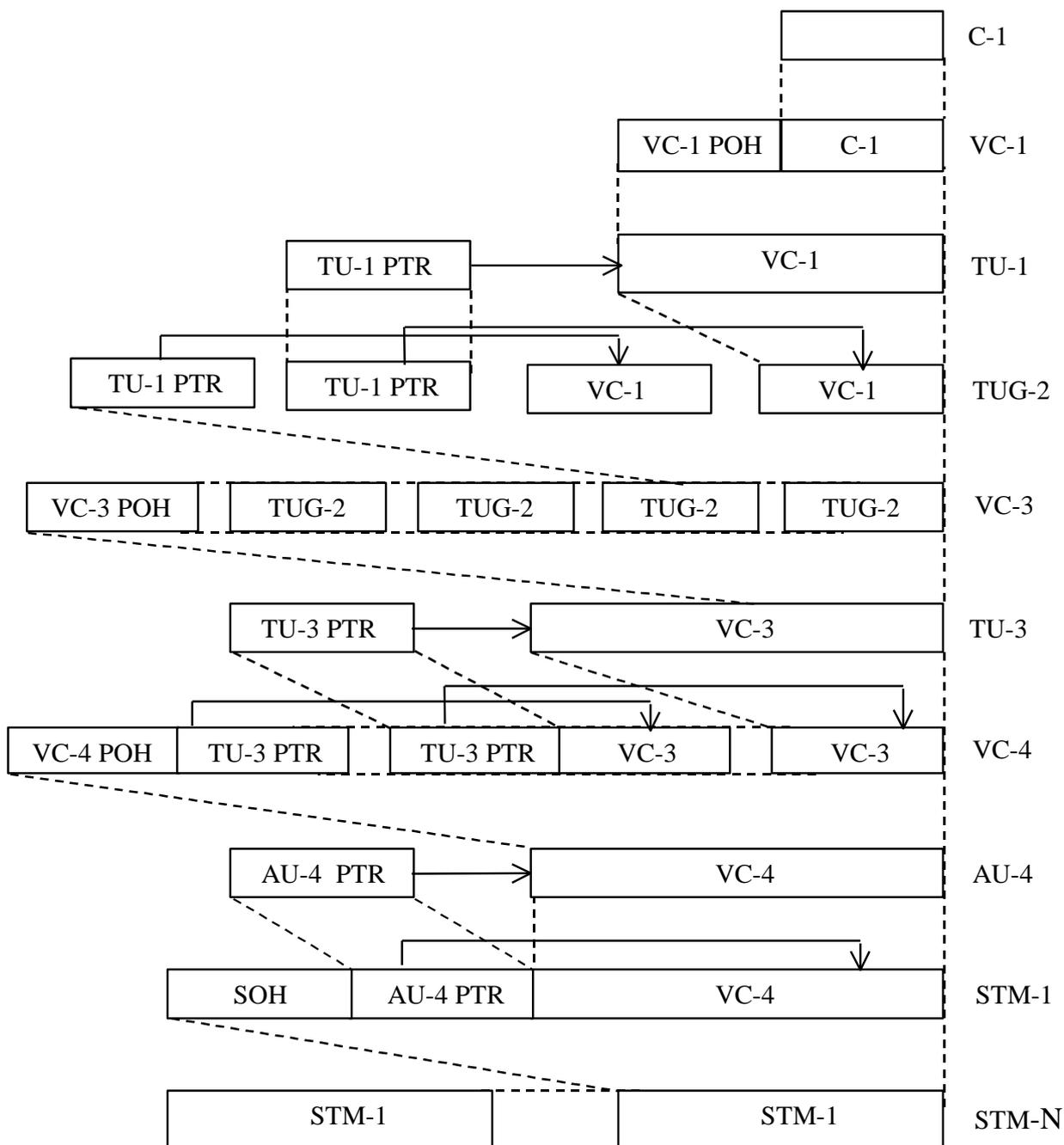


Рис. 2.4. Метод группообразования SDH

В соответствии с рекомендациями G.708, G.709 информация, поступающая от пользователей в NNI, подвергается следующей обработке:

- преобразуется в контейнеры C-n (n= от 1 до 4). Эти контейнеры представляют собой блоки полезной нагрузки, размеры которых рассчитаны на передачу информации какого-либо уровня, определенного в настоящее время в рекомендации G.702;
- для создания основного виртуального контейнера VC-n (n=1, 2) контейнер C-n снабжается трактовым заголовком (РОН);
- для образования компонентного блока TU-n (n= от 1 до 2) виртуальный контейнер VC-n дополняется указателем компонентного блока (TU-n PTR). Указатель содержит информацию о фазовом положении VC-n по отношению к трактовому заголовку РОН виртуального контейнера следующего более высокого уровня, в котором он находится. Размещение указателя компонентного блока фиксируется по отношению к трактовому заголовку РОН этого высшего уровня;
- совокупность одинаковых компонентных блоков TU-1 или одного блока TU-2 представляет собой группу компонентных блоков TUG-2;
- для создания виртуального контейнера VC-3 совокупность групповых блоков TUG-2 дополняется трактовым заголовком VC-3 РОН;
- для создания компонентного блока более высокого уровня TU-3 - контейнер VC-3 дополняется указателем компонентного блока (TU-3 PTR);
- однородная последовательность компонентных блоков TU-3, снабженная трактовым заголовком VC-4 РОН, представляет собой виртуальный контейнер VC-4;
- для создания административного блока AU-4 виртуальный контейнер VC-4 дополняется указателем административного блока (AU-4 PTR). Указатель административного блока содержит информацию о фазовом положении VC-n (n=3, 4) по отношению к циклу синхронного транспортного модуля первого уровня STM-1;
- расположение указателя административного блока фиксируется по отношению к циклу STM-1;
- для создания основного блока синхронной транспортной иерархии - синхронного транспортного модуля первого уровня (STM-1) - административный блок AU-4 или несколько блоков AU-3 снабжаются секционным заголовком (SOH);
- для создания синхронного транспортного модуля уровня N (STM-N) происходит синхронное объединение однородной последовательности, состоящей из N модулей STM-1.

Сигнал STM-N может быть сформирован с помощью одного или нескольких каскадов группообразования. Величины N соответствуют уровням синхронной цифровой иерархии, которые определены рекомендацией G.707.

Согласно рекомендации G.709 сигналы синхронизации в SDH располагаются в заголовочной части модулей STM-1:

- байты цикловой синхронизации A1, A2;
- байты указателей H1, H2, H3 (область A); а также в полезной нагрузке модулей STM-1:
- байты указателей H1, H2, H3 (область B);
- байты указателей V1, V2, V3.

Структура модуля STM-1 и его заголовочной части изображены на рис. 2.3 и 2.5 соответственно.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A1	A1	A1	A2	A2	A2	C1	X	X
B1	X	X	E1	X	X	F1	X	X
D1	X	X	D2	X	X	D3	X	X
H1	H2	H3	H1	H2	H3	H1	H2	H3
B2	B2	B2	K1	X	X	K2	X	X
D4	X	X	D5	X	X	D6	X	X
D7	X	X	D8	X	X	D9	X	X
D10	X	X	D11	X	X	D12	X	X
Z1	Z1	Z1	Z2	Z2	Z2	E2	X	X

Рис. 2.5. Структура заголовка модуля STM-1  
(содержит 9 рядов и 9 столбцов)

Для цикловой синхронизации в модуле STM-1 выделены шесть байтов. Это три байта A1 (A1=11110110) и три байта A2 (A2=00101000).

В дополнение к этому для обеспечения цикловой синхронизации на стыке NNI сигнал STM-N скремблируется рекуррентной последовательностью. Работа скремблера должна функционально совпадать с работой синхронного циклового скремблера последовательности 127 битов, функционирующего на линейной скорости. Генерируемый полином скремблера:  $f(x) = 1 + x^6 + x^7$ .

Первый ряд заголовка SOH сигнала STM-N (9·N байтов, включая байты цикловой синхронизации A1 и A2) не скремблируются.

Как было отмечено выше, процесс временного и фазового согласования мультиплексируемых потоков в SDH реализован при помощи указателей.

В синхронной цифровой иерархии предусмотрены указатели следующих типов (рис. 2.4):

- указатель административного блока (AU-4/AU-31/AU-32);
- указатель компонентного блока (TU-3);
- указатель компонентного блока (TU-1/TU-2).

**Указатель блока AU.** Обеспечивает гибкое и динамичное размещение контейнера VC внутри цикла блока AU.

Динамическое размещение означает, что контейнер VC имеет возможность "плавать" в пределах цикла блока AU. Таким образом, указатель обладает способностью обрабатывать не только разности в фазах контейнера VC и заголовка SOH, но также разности в скоростях циклов.

Указатель административного блока содержится в байтах H1, H2, H3 заголовка AU (рис. 2.5).

Указатель, содержащийся в байтах H1, H2, обозначает расположение байтов, с которых начинается контейнер VC. Два байта, предназначенные для функций указателя, могут рассматриваться в качестве одного кодового слова (рис. 2.6). Последние 10 битов (биты 7-16) кодового слова указателя передают величину указателя. Два бита S (биты 5-6) указывают тип блока AU.

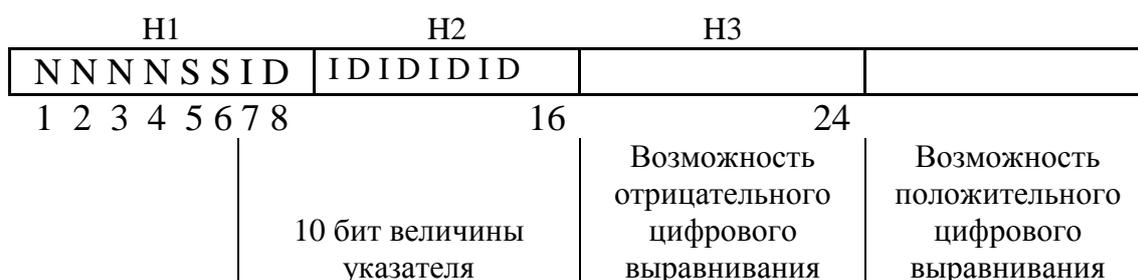
Величина указателя блока AU-4 представляет собой двоичный номер в диапазоне от 0 до 782, который показывает смещение между указателем и первым байтом контейнера VC.

Величина указателя блока AU-31 является двоичным числом в диапазоне от 0 до 581. В сигнале STM-1 содержатся четыре блока AU-31, каждый блок AU-31 имеет свои индивидуальные байты H1, H2, H3. Любой указатель каждого блока AU-31 работает независимо.

Величина указателя блока AU-32 является двоичным числом в диапазоне от 0 до 782. Поскольку в сигнале STM-1 содержатся три блока AU-32, то каждый блок AU-32 имеет свои индивидуальные байты H1, H2, H3. Каждый указатель каждого блока AU-32 работает независимо.

Подстройка частоты: если скорости циклов заголовка SOH и контейнера VC отличаются друг от друга, то производится корректировка величины указателя. Если скорость контейнера VC слишком мала по отношению к скорости цикла

заголовка SOH, то цикловая синхронизация контейнера VC должна периодически проскальзывать назад по времени, а величина указателя должна быть увеличена на единицу (на байт). Необходимость этой операции указывается инверсией I-битов (7, 9, 11, 13 и 15 битов) кодового слова указателя. Принятие решения на приеме производится по большинству (5 принятых битов). Три байта положительного цифрового выравнивания появляются немедленно после последнего байта H3 в цикле блока AU-4, содержащем инвертированные I-биты.



SS	Тип блока
10	AU-4, AU-32, TU-32
01	AU-31, TU-31

- I - бит увеличения
- D - бит уменьшения
- N - бит нового флага данных

Рис. 2.6. Содержание байтов (H1, H2, H3) указателя блока AU/TU-3

Последующие указатели будут содержать новое смещение (разность частот). Для циклов блока AU-32/AU-31 байт положительного цифрового выравнивания появляется немедленно после взаимосвязанного байта H3 конкретного цикла блока AU-32/AU-31, содержащего инвертированные I-биты. Последующие указатели будут содержать новую разность частот.

Если скорость цикла контейнера VC слишком велика по отношению к скорости заголовка SOH, цикловая синхронизация контейнера VC должна периодически проскальзывать вперед по времени, а величина указателя должна быть уменьшена на единицу. Эта операция указывается путем инвертирования битов 8, 10, 12, 14 и 16 (D-битов) кодового слова указателя. Решение на приеме принимается аналогично - по принятию 5 битов.

Для циклов блока AU-31/AU-32 байт отрицательного цифрового выравнивания появляется в байте Н3 конкретного цикла AU-31/AU-32, содержащего инвертированные D-биты. Последующие указатели будут содержать новую разность частот.

**Указатель блока TU-3.** Существует два вида указателей блоков TU-3 - указатель TU-31 и указатель TU-32. Указатель блока TU-3 обеспечивает гибкое и динамичное цикловое выравнивание контейнера VC-3 в цикле блока TU-3 независимо от фактического содержания контейнера VC. Динамическое цикловое выравнивание означает, что контейнер VC-3 имеет возможность "плавать" в пределах цикла блока TU-3. Три индивидуальных указателя блока TU-32 содержатся в трех отдельных комплектах байт Н1, Н2, Н3 каждый. Аналогично четыре указателя блока TU-31 содержатся в четырех комплектах байт Н1, Н2, Н3.

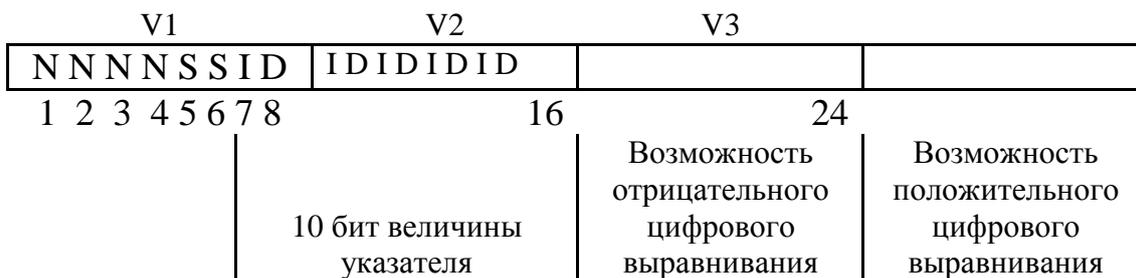
Если скорость цикла блока TU-3 и скорость цикла контейнера VC-3 отличаются друг от друга, то величина указателя увеличивается или уменьшается. В случае, если скорость контейнера VC-3 слишком мала по отношению к скорости цикла блока TU-3, то цикловая синхронизация должна периодически проскальзывать назад во времени, и величина указателя увеличивается на единицу. Необходимость этого отмечается инверсией I-битов кодового слова указателя (рис. 2.6). Если скорость цикла контейнера VC-3 велика по отношению к скорости цикла блока TU-3, то цикловая синхронизация контейнера VC должна периодически проскальзывать во времени, и величина указателя должна быть уменьшена на единицу. Эта операция осуществляется с помощью инверсии D-битов кодового слова указателя. Последующие за коррекцией указатели блока TU-3 будут содержать новую информацию о смещении (о разности частот).

**Указатель блока TU-1/TU-2.** Существуют следующие указатели этого типа - TU-22, TU-21, TU-12, TU-11. Указатели блоков TU-1/TU-2, как и указатели TU-3, обеспечивают гибкое и динамическое цикловое выравнивание контейнеров VC-1 и VC-2 в пределах цикла блоков TU-1 и TU-2 независимо от действительного содержания контейнеров VC.

Указатель блока TU-1/TU-2 находится в байтах V1, V2, V3 заголовочной части блока. Содержание байтов указателя представлено на рис. 2.7.

Величина указателя (биты 7-16) представляют собой двоичное число, отображающее смещение между указателем и первым байтом контейнера VC.

Указатель блока TU-1/TU-2 используется для подстройки частоты контейнера VC-1/VC-2 таким же способом, как указатель блока TU-3 используется для подстройки частоты контейнера VC-3. Возможность положительного цифрового выравнивания предоставляется немедленно за байтом V3. Кроме того, байт V3 служит для осуществления отрицательного цифрового выравнивания и при его проведении в байт V3 записывается информация полезной нагрузки.



SS	Тип блока
01	TU-22
00	TU-21
10	TU-12
11	TU-11

I - бит увеличения  
D - бит уменьшения  
N - бит нового флага данных

Рис. 2.7. Содержание байтов указателя блока TU-1/TU-2

Индикация того, имеет ли место положительное выравнивание, производится инверсией I-битов, отрицательного - инверсией D-битов указателя. Содержимое байта V3, когда он не используется для отрицательного выравнивания, не определено.

В системах синхронной цифровой иерархии фазовые искажения достигают значительной величины. Под фазовыми искажениями подразумеваются:

- кратковременные отклонения значащих моментов цифрового сигнала от их идеальных положений во времени (при этом считается, что эти отклонения происходят с частотой, равной 10 Гц и более);
- долговременные отклонения значащих моментов цифрового сигнала от их идеальных положений во времени (считается, что эти отклонения происходят с частотой менее 10 Гц).

По сравнению с фазовыми дрожаниями, вносимыми согласованием скоростей в плезиохронной иерархии и на стыках PDH-SDH, (когда шаг подстройки равен одному биту), в системах SDH за счет обработки указателей возникают фазовые дрожания значительно большей величины, поскольку шаг подстройки здесь достигает трех байт. Величина фазовых отклонений (от одного до трех байт) зависит от типа и внутреннего содержания модуля, в котором происходит коррекция. Кроме того, вследствие использования в SDH двустороннего стаффинга в спектре фазовых дрожаний содержатся интенсивные низкочастотные составляющие, трудно поддающиеся фильтрации.

***Фазовые отклонения в синхронной цифровой иерархии, достигая критических значений, могут привести к сбоям синхронизации. Причем эти сбои в иерархической структуре приведут к их размножению, т. е. сбой фазы в один - три байта приведет к потере передаваемой информации (в том числе и синхрoинформации) ниже лежащих уровней иерархии.***

Анализ фазовых дрожаний и возможных методов их подавления приведен в [33, 35, 36].

Сети синхронизации различных стран мира построены с использованием международных рекомендаций. Национальная сеть синхронизации Швейцарии состоит из трех первичных эталонных генераторов (PRCs), расположенных в Цюрихе, Лозанне и Берне [13]. Канадская сеть синхронизации использует два PRCs, один из которых расположен в Калгари. При построении сети синхронизации России планируется применение восьми первичных эталонов частоты по числу регионов синхронизации [14]. Для подстройки генераторов по всемирному координированному времени UTC возможно использование отечественной спутниковой системы Глонасс или службы единого времени (СЕВ). Для связи регионов запланировано использование несущей STM-N сигнала. Внутри регионов сеть синхронизации должна строиться на основе структуры цифровых сетей региона. При этом необходим стык между синхронными и плезиохронными сетями. Так как на существующих цифровых сетях доля систем с двусторонним стаффингом, применяемым только на отечественных сетях связи, велика, построение сетей синхронизации внутри регионов и по всей стране в целом далеко не тривиальная задача.

Основные положения по организации сетей синхронизации цифровых телекоммуникационных сетей содержатся в базовых рекомендациях организаций по стандартизации [10, 11, 12, 13].

Согласно стандартам, для обеспечения тактовой синхронизации по сети синхронизации передается базовый синхросигнал: для Европы и Бразилии это сигнал E1 (2,048 Мбит/с), для Северной Америки и Японии - T1 или DS1 (1,544 Мбит/с). В качестве методов синхронизации используются взаимная синхронизация (mutual synchronization) по принципу “каждый с каждым” и метод “ведущий-ведомый” (master-slave). Режимы синхронизации включают в себя синхронный, псевдосинхронный, плезиохронный и асинхронный. Пример

сети синхронизации, организованной по методу “ведущий-ведомый”, показан на рис. 2.8.

На самом высоком уровне располагается **первичный эталонный генератор, ПЭГ** (Primary Reference Clock, PRC), требования к которому приведены в рекомендации G.811 [10]. Относительная долговременная нестабильность частоты PRC должна быть менее чем  $10^{-11}$ , что соответствует одному проскальзыванию в 70 суток. Частота PRC подстраивается по Всемирному координированному времени (Universal Time Coordinated, UTC), вырабатываемому службами точного времени различных стран. PRC может работать автономно с периодическими подстройками, либо получать эталонный сигнал через спутниковые (Global Positional System, GPS и Глонасс) или радиосистемы (LORAN-C, OMEGA и др.). На более низких уровнях, на транзитных и местных узлах, располагаются **ведомые генераторы (ВГ)**. Требования к *ведомым генераторам* более низких уровней приведены в рекомендации G.812 [10]. ВГ входят в состав блоков системы синхронизации БСС (Synchronization Supply Unit, SSU), в функции которых входит прием синхросигналов от разных источников, выбор наиболее стабильного из них, фильтрация принятого сигнала и распространение синхросигнала по всем элементам сетевого узла.

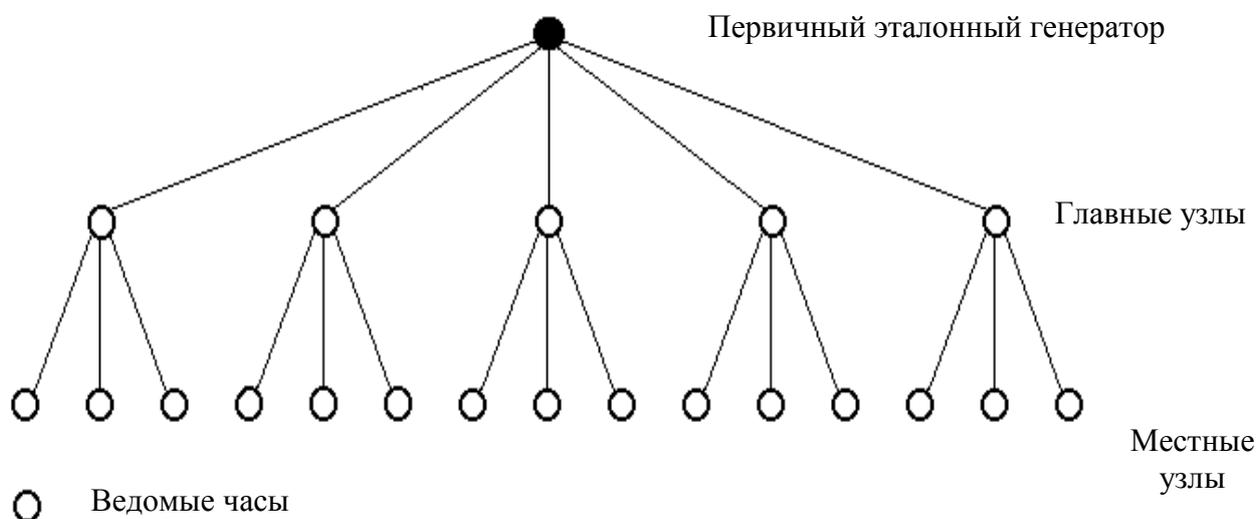


Рис. 2.8. Сеть синхронизации по методу “ведущий-ведомый”

При активной цифровизации в области телекоммуникаций, стремительном росте числа различных ведомственных и частных цифровых сетей проблема тактовой синхронизации выдвигается на первый план. Необходимость обоснованного выбора тех или иных решений для конкретных информационных сетей требует поиска эффективных методов исследования сетей синхронизации и анализа их характеристик.

### 3. ПРИНЦИПЫ ТАКТОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ И ЦИФРОВЫХ СЕТЯХ СВЯЗИ

#### 3.1. Классификация систем тактовой синхронизации

Наиболее общей является система тактовой сетевой синхронизации (ТСС). В этом случае система ТСС обеспечивает когерентность колебаний генераторов тактовой частоты (ГТЧ) на множестве узлов цифровой сети связи.

Система ТСС представляет собой совокупность ведущих и ведомых генераторов и каналов синхронизации, образуя сеть тактовой синхронизации.

В частном случае, когда число узлов сети синхронизации равно двум, сеть синхронизации вырождается в двухполюсную систему, используемую в аппаратуре ПД, состоящей из передатчика и приемника.

Существует три разновидности систем ТСС:

- от главного генератора или система вида "ведущий – ведомый";
- система взаимной синхронизации генераторов;
- плезиохронная система синхронизации.

Рассмотрим структурные схемы различных систем ТСС на примере сети тактовой синхронизации, состоящей из 4 узлов. В системе синхронизации "от главного генератора" (рис. 3.1) в качестве ведущего генератора используется

ПЭГ высокой стабильности по частоте  $\left(\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-11}\right)$ .

Ведомые генераторы (вторичные) реализованы в виде фазовых автоподстроек частоты (ФАПЧ).

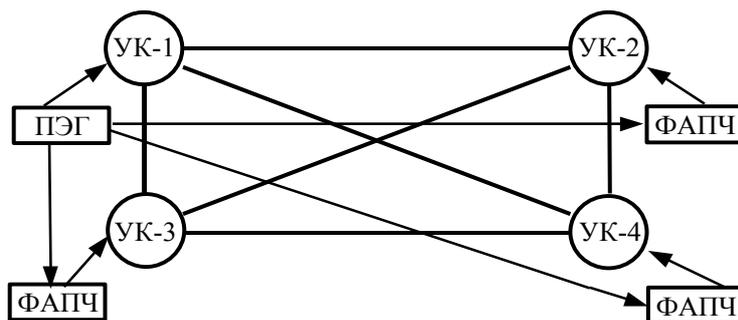


Рис. 3.1. Структурная схема ТСС вида "ведущий-ведомый"

ПЭГ "ведет" генераторы фазовых автоподстроек частоты с точностью до фазы, средняя частотная расстройка генераторов ФАПЧ устраняется полностью. С выходов ФАПЧ синхронизированные колебания поступают в генераторное оборудование узлов коммутации, ЦСП, аппаратуру ПД.

В системе взаимной синхронизации генераторов (СВСГ) (рис. 3.2) ведущий генератор отсутствует, в сети синхронизации имеются лишь ведомые

генераторы (устройства ФАПЧ), которые взаимно подстраивают друг друга по частоте и фазе. В результате средние частоты ведомых генераторов ФАПЧ на узлах сети синхронизации будут одинаковы.

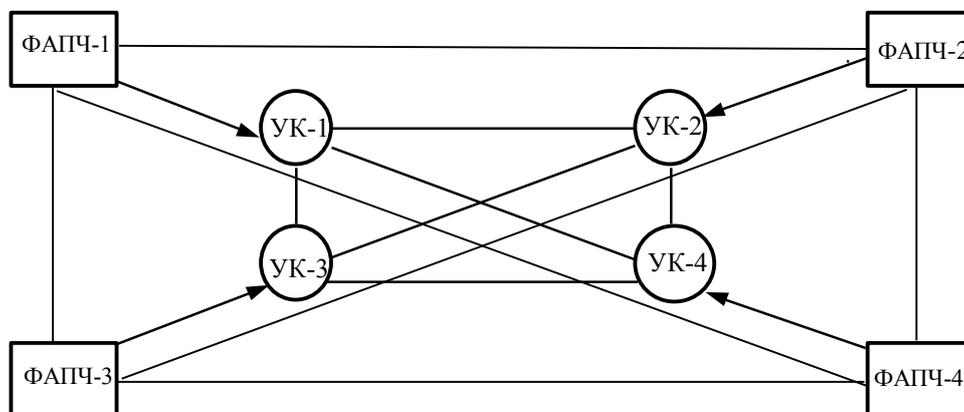


Рис. 3.2. Структурная схема системы взаимной синхронизации генераторов

Плезиохронная синхронизация (рис. 3.3) является автономной системой синхронизации. В этом случае генераторное оборудование отдельных узлов коммутации и ЦСП синхронизируется автономно от первичных эталонных генераторов с относительной нестабильностью по частоте  $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-12} \div 10^{-11}$ .

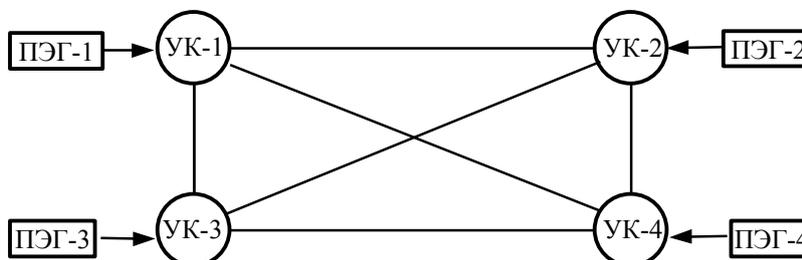


Рис. 3.3. Структурная схема плезиохронной синхронизации

Каждая из рассмотренных систем синхронизации имеет преимущества и недостатки. Так, система синхронизации "от главного генератора" требует принятия специальных мер для повышения ее помехозащищенности и живучести; система взаимной синхронизации генераторов не обеспечивает выполнения требования по стабильности частот ведомых генераторов; плезиохронная система синхронизации не обеспечивает равенства фаз генераторов и сложна в эксплуатации.

Тем не менее, следует отдать предпочтение системе синхронизации "от главного генератора".

### 3.2. Фазовая автоподстройка частоты

В системах тактовой сетевой синхронизации в качестве ведомых генераторов, как правило, используются фазовые автоподстройки частоты. ФАПЧ является системой автоматического управления (следающей системой), поэтому дальнейшее теоретическое исследование ФАПЧ будет проведено на основе теории автоматического управления.

Имеются две основные разновидности ФАПЧ:

- С генератором, управляемым напряжением (ГУН) в контуре управления (рис. 3.4). В данном случае ГУН выполняет роль генератора тактовой частоты (ГТЧ).
- С преобразователем частоты (ПЧ) в контуре управления (рис. 3.5) и вынесенным за пределы контура управления задающим генератором.

ФАПЧ с ПЧ является цифровой ФАПЧ (ЦФАПЧ). В теории ЦФАПЧ [14] преобразователь частоты (ПЧ) именуется подстраиваемым генератором (ПГ).

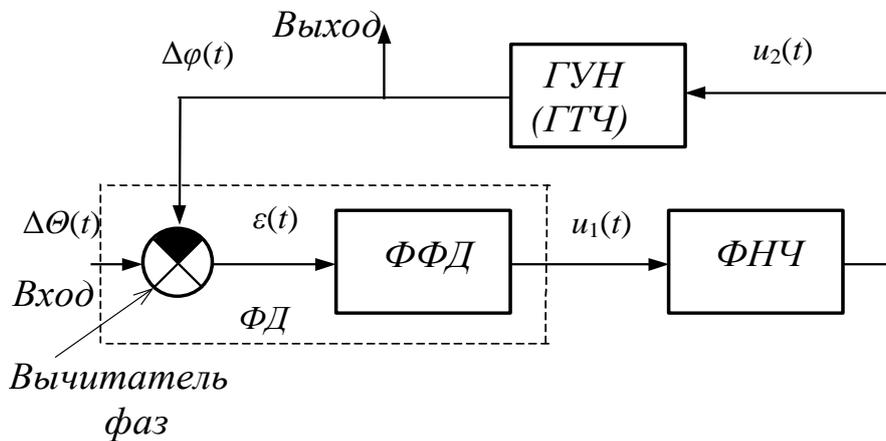


Рис. 3.4. Функциональная схема ФАПЧ с ГУН

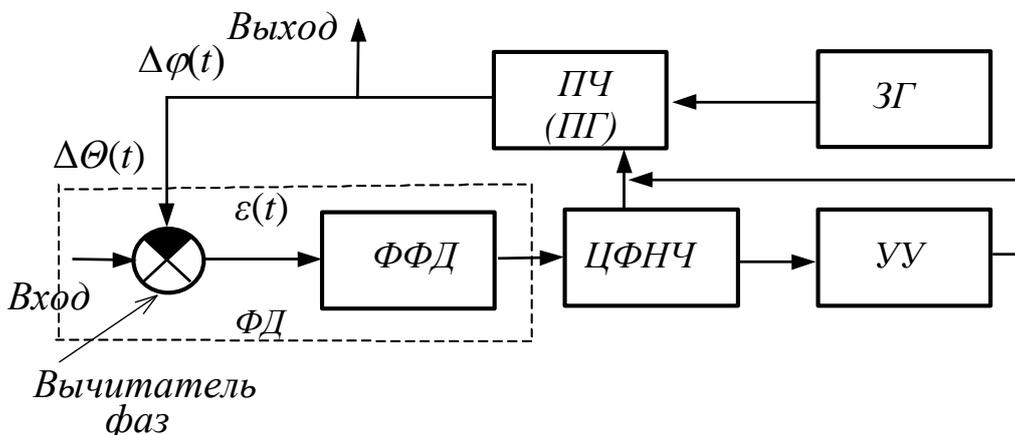


Рис. 3.5. Функциональная схема ФАПЧ с ЗГ вне контура управления

В качестве преобразователя частоты используются:

- устройство добавления-вычитания (УДВ) в сочетании с делителем частоты,
- делитель с переменным коэффициентом деления (ДПКД).

Рассмотрим назначение отдельных элементов и физические процессы, происходящие в ФАПЧ с ГУН в контуре управления (рис. 3.4).

Фазовый дискриминатор (ФД) состоит из вычитателя фаз и фильтра фазового дискриминатора (ФФД). На вход ФАПЧ поступают синхроимпульсы (СИ), например в виде последовательности коротких импульсов (рис. 3.6). На второй вход вычитателя с выхода контура управления подаются колебания от ГУН. Вычитатель фаз сравнивает фазы СИ и ГУН, и на его выходе образуется последовательность коротких импульсов, высота (амплитуда) которых пропорциональна разности фаз СИ и колебаниям ГУН. ФФД пропускает лишь низкочастотную составляющую последовательности коротких импульсов  $\Delta U$ . В качестве ФНЧ используется пропорционально-интегрирующий фильтр первого или второго порядка. Он служит для повышения помехозащищенности ФАПЧ (отфильтровывает высокочастотные помехи), а также обеспечивает требуемое качество работы ФАПЧ (динамику работы). ГУН является объектом управления, он должен отвечать совокупности требований:

- хорошей управляемости по частоте от управляющего напряжения. Желательно, чтобы характеристика управления  $\Delta\omega = f(\Delta u_2)$  была линейной,
- малой относительной нестабильности по частоте  $\left(\frac{\Delta f}{f}\right)$ .

Приведенные требования противоречивы, так как при улучшении управляемости увеличивается относительная нестабильность ГУН. Средняя относительная нестабильность управляемых по частоте генераторов  $\frac{\Delta f}{f} = 10^{-3} \div 10^{-4}$ .

Поясним физические процессы, происходящие при работе ФАПЧ.

На рис. 3.6 приведены временные диаграммы двух сравниваемых по фазе колебаний: последовательности СИ в виде коротких импульсов и пилообразного колебания, поступающего от ГУН.

Рассмотрим 3 случая:

- собственные частоты СИ и ГУН одинаковы (рис. 3.6, а),
- частота СИ больше собственной частоты ГУН (рис. 3.6, б),
- частота СИ меньше собственной частоты ГУН (рис. 3.6, в).

При совпадении собственных частот СИ и ГУН (рис. 3.6, а) моментам появления СИ соответствует нулевое значение напряжения пилообразного колебания. Этот случай относится к синфазному случаю. На выходе вычитателя напряжение будет равно нулю и ГУН сохранит частоту колебаний. При увеличении частоты СИ (рис. 3.6, б) происходит фазовый сдвиг между

колебаниями СИ и ГУН, в результате чего моментам появления СИ будет соответствовать положительное напряжение  $+\Delta U$  пилообразного колебания.

На выходе вычитателя образуется последовательность коротких импульсов, амплитуда которых будет пропорциональна фазовому сдвигу между колебаниями СИ и ГУН. С помощью фильтров из последовательности импульсов выделяется средняя (постоянная) составляющая напряжения управления, вследствие чего частота ГУН изменится и после окончания переходного процесса станет равной частоте СИ. Аналогичный процесс происходит при уменьшении частоты СИ, но в этом случае образуется управляющее напряжение противоположного знака, приводящее к уменьшению частоты ГУН. Таким образом, в процессе работы ФАПЧ за счет изменения собственных частот СИ и ГУН образуется фазовый сдвиг между сравниваемыми по фазе колебаниями (фазовая ошибка), приводящий к изменению управляющего напряжения  $\Delta U$  и устранению разности частот между колебаниями СИ и ГУН. Частота ГУН следит за изменением частоты СИ и частотная расстройка устраняется ценой образования фазовой ошибки. Таким образом, ФАПЧ работает с точностью до фазы. Необходимо стремиться, чтобы образующаяся фазовая ошибка была минимальной.

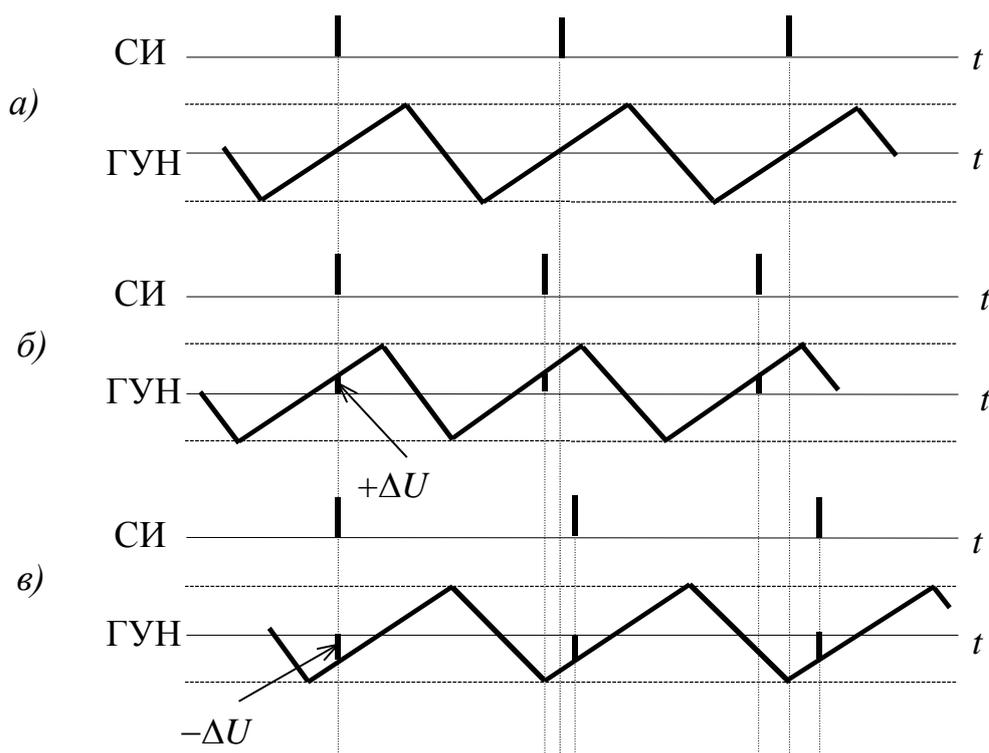


Рис. 3.6. Временные диаграммы, поясняющие работу ФАПЧ с ГУН

### 3.2.1. Исследование ФАПЧ на основе теории автоматического управления

Используя методы теории автоматического управления, можно исследовать устойчивость ФАПЧ, а также ее статические и динамические характеристики.

В зависимости от режима работы ФАПЧ и реализации ее отдельных элементов, в частности фазового дискриминатора, она может быть

представлена в виде непрерывной или импульсной системы автоматического управления (САУ).

Сначала рассмотрим случай, когда ФАПЧ соответствует непрерывной САУ.

Для исследования устойчивости САУ [15] необходимо контур управления разбить на звенья направленного действия, найти их операторные передаточные функции. Напомним, что при выполнении условия направленности, подключение последующего звена не должно влиять на выходную переменную предыдущего звена, т. е. должна быть развязка между звеньями. В структурной схеме (рис. 3.4) отдельные звенья будут обладать свойством направленности в случае, когда между ФФД и ФНЧ имеется развязка. Схемы замещения ФФД и ФНЧ изображены на рис. 3.7, а, б, в.

Как известно, операторная передаточная функция звена  $W(p)$  равна отношению изображений сигнала выхода  $U_{вых}(p)$  к сигналу входа  $U_{вх}(p)$

$$W(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)}. \quad (3.1)$$

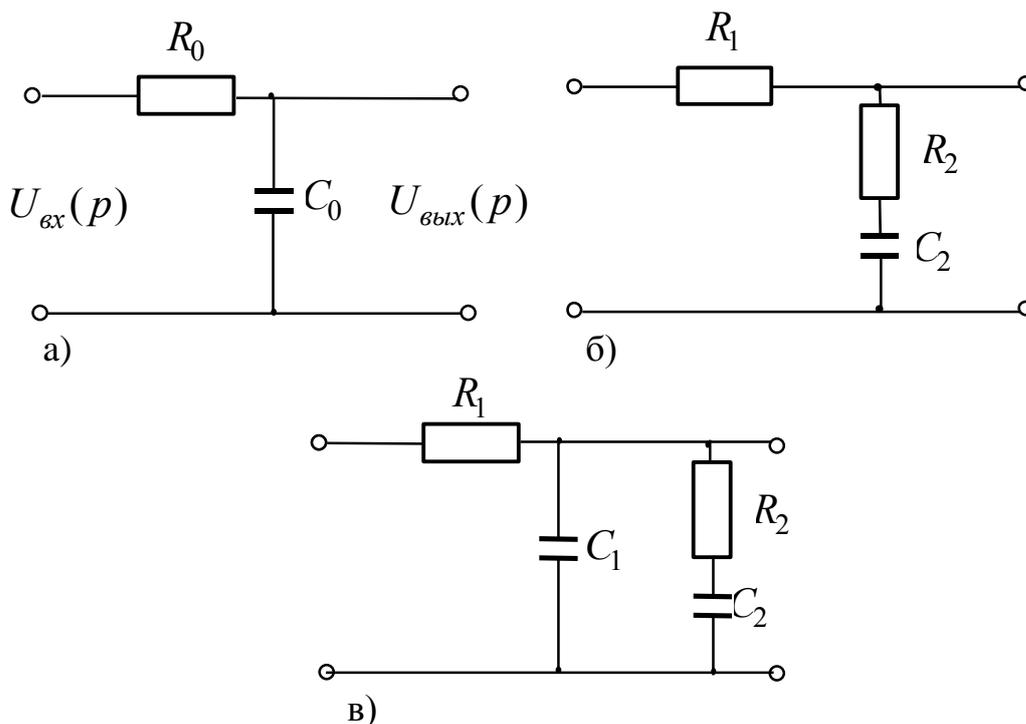


Рис. 3.7. Схемы замещения фильтров: ФФД (а), ФНЧ (б, в)

Для Г-образного звена операторная передаточная функция может быть найдена как отношение операторных сопротивлений параллельного и последовательного соединения плеч (рис. 3.8).

$$W(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)}. \quad (3.2)$$

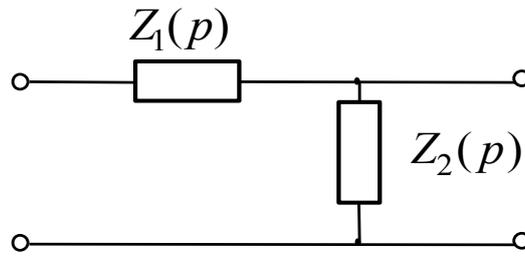


Рис. 3.8. Г-образное звено

В ФФД (рис. 3.7, а)

$$Z_1(p) = R_0, \quad Z_2 = \frac{1}{pC_0}$$

Тогда

$$W_1(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{\frac{1}{pC_0}}{R_0 + \frac{1}{pC_0}} = \frac{1}{1 + T_1 p}, \quad (3.3)$$

где  $T_1 = R_0 C_0$ .

Для пропорционально-интегрирующего фильтра первого порядка (рис. 3.7, б)

$$W_2(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{R_2 + \frac{1}{pC_2}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{pC_2}} = \frac{1 + T_2 p}{1 + T_3 p}, \quad (3.4)$$

где

$$T_2 = R_2 C_2, \quad T_3 = (R_1 + R_2) C_2.$$

Пропорционально-интегрирующий фильтр второго порядка (рис. 3.7, в) тоже является Г-образным звеном, причем операторное сопротивление последовательного плеча  $Z_1(p) = R_1$ , а параллельного плеча

$$Z_2(p) = \frac{\frac{1}{pC_1} \left( R_2 + \frac{1}{pC_2} \right)}{\frac{1}{pC_1} + R_2 + \frac{1}{pC_2}}. \text{ Подставляя } Z_1(p) \text{ и } Z_2(p) \text{ в (3.2), получаем}$$

$$W_2(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2}, \quad (3.5)$$

где

$$a_0 = 1; \quad a_1 = R_2 C_2; \quad a_2 = 0;$$

$$b_0 = 1; \quad b_1 = R_2 C_2 + R_1 (C_1 + C_2); \quad b_2 = R_1 R_2 C_1 C_2.$$

Операторная передаточная функция ГУН (рис. 3.4) равна

$$W(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{U_2(p)}. \quad (3.6)$$

Для ее определения составим дифференциальное уравнение, связывающее между собой  $u_2(t)$  и  $\Delta\varphi(t)$ .

Предположим, что характеристика управления ГУН – линейная (рис. 3.9).

Сделанное предположение справедливо для некоторого участка характеристики управления.

Тогда

$$\Delta\omega(t) = k \cdot u_2(t). \quad (3.7)$$

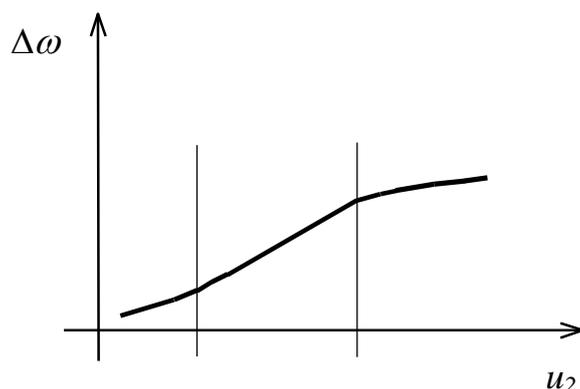


Рис. 3.9. Характеристика управления ГУН

Уравнение (3.7) связывает между собой изменение частоты  $\Delta\omega(t)$  и входное напряжение  $u_2(t)$ , но для определения передаточной функции (3.6) необходимо связать между собой изменение фазы  $\Delta\varphi(t)$  и входное напряжение ГУН. Для этого используем формулу, связывающую между собой изменение частоты и фазы

$$\Delta\omega(t) = \frac{d\Delta\varphi(t)}{dt}. \quad (3.8)$$

Подставив в (3.8) значение  $\Delta\omega(t)$  из (3.7), находим

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt} = k u_2(t). \quad (3.9)$$

Представим дифференциальное уравнение (3.9) в операторном виде

$$p\Delta\varphi(p) = kU_2(p). \quad (3.10)$$

Из операторного уравнения (3.10) находим операторную передаточную функцию ГУН.

$$W(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{U_2(p)} = \frac{k}{p}. \quad (3.11)$$

На основе найденной операторной передаточной функции ГУН (3.11) можно сделать вывод о том, что ГУН – интегрирующее звено, а, следовательно, ФАПЧ является астатической САУ [15].

#### *Исследование устойчивости ФАПЧ*

Как и любая замкнутая САУ, ФАПЧ при выполнении некоторых условий может перейти в неустойчивое состояние, т. е. возбудиться. Поэтому исследование устойчивости относится к одному из первостепенных вопросов анализа ФАПЧ.

Для исследования устойчивости ФАПЧ воспользуемся критерием Найквиста [15], который формулируется следующим образом: если в системе, устойчивой в разомкнутом состоянии, годограф амплитудно-фазовой частотной характеристики разомкнутой системы при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ , то эта система будет устойчивой и в замкнутом состоянии (кривая 1 на рис. 3.10); если же годограф охватывает эту точку, то в замкнутом состоянии система будет неустойчивой (кривая 2).

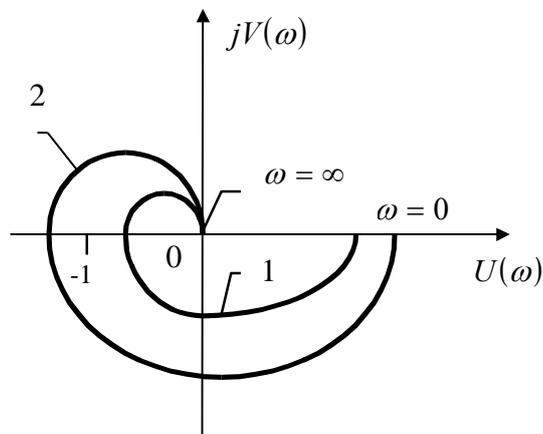


Рис. 3.10. Годограф амплитудно-фазовой частотной характеристики

Передаточная функция разомкнутой ФАПЧ (рис. 3.11) равна

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p),$$

$$W(p) = \frac{k}{p} \cdot \frac{1}{1+T_1p} \cdot \frac{1+T_2p}{1+T_3p}. \quad (3.12)$$

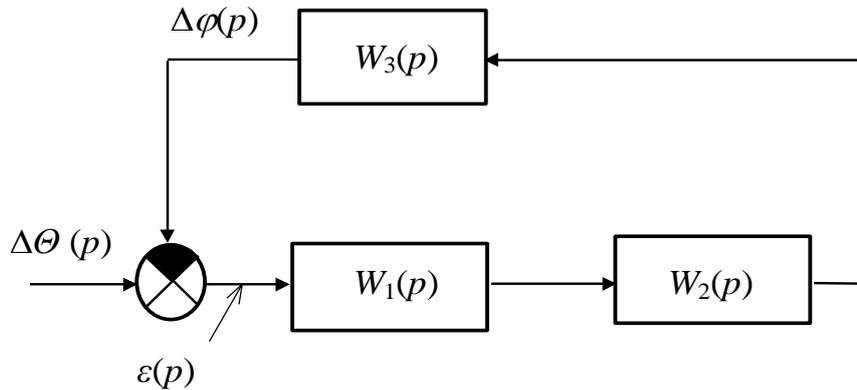


Рис. 3.11. Структурная схема ФАПЧ

По передаточной функции (3.12) находим комплексный коэффициент передачи, подставив в (3.12)  $p = j\omega$ .

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} \cdot \frac{1}{1+T_1j\omega} \cdot \frac{1+T_2j\omega}{1+T_3j\omega}. \quad (3.13)$$

Сначала построим годограф частотной характеристики

$$W'(j\omega) = \frac{1}{1+T_1j\omega} \cdot \frac{1+T_2j\omega}{1+T_3j\omega} = \frac{1+T_2j\omega}{(1-T_1T_3\omega^2) + j\omega(T_1+T_3)}. \quad (3.14)$$

Приведем (3.14) к виду

$$W'(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega). \quad (3.15)$$

Для этого числитель и знаменатель выражения (3.14) умножим на соотношение, сопряженное знаменателю. В результате получим

$$\begin{cases} U(\omega) = \frac{(1+T_1T_3\omega^2) + T_2\omega^2(T_1+T_3)}{(1-T_1T_3\omega^2)^2 + \omega^2(T_1+T_3)^2} \\ V(\omega) = \frac{\omega T_2(1-T_1T_3\omega^2) - \omega(T_1+T_3)}{(1-T_1T_3\omega^2)^2 + \omega^2(T_1+T_3)^2} \end{cases}. \quad (3.16)$$

Для построения годографа частотной характеристики сначала определим значения  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  при  $\omega=0$  и  $\omega=\infty$ .

При  $\omega=0$ ,  $U(0)=1$ ,  $V(0)=0$ .

При  $\omega=\infty$ , раскрыв неопределенность, получим  $U(\infty)=0$ ;  $V(\infty)=0$ .

В результате годограф частотной характеристики  $W'(j\omega)$  примет вид (рис. 3.12 а).

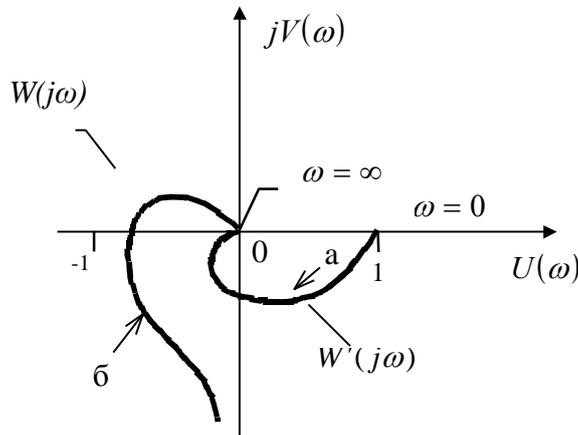


Рис. 3.12. Исследование устойчивости ФАПЧ

Имея годограф частотной характеристики  $W'(j\omega)$  (рис. 3.12 а), можно построить амплитудно-фазовую частотную характеристику ФАПЧ  $W(j\omega)$ , если учесть (3.13). В результате получим

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} [U(\omega) + jV(\omega)] = -j \frac{k}{\omega} [U(\omega) + jV(\omega)]. \quad (3.17)$$

Из выражения (3.17) видно, что каждый вектор, соответствующий амплитудно-фазовой частотной характеристике  $W'(j\omega)$  следует умножить на  $\frac{k}{\omega}$  и повернуть на  $\frac{\pi}{2}$  по направлению движения часовой стрелки.

Результирующая амплитудно-фазовая частотная характеристика ФАПЧ  $W(j\omega)$  (рис. 3.12 б) пересекает ось абсцисс и в зависимости от значений параметров отдельных звеньев контура управления точка пересечения оси расположится либо правее, либо левее точки  $-1, j0$ . Таким образом, ФАПЧ может быть устойчива, либо неустойчива. Положение точки пересечения оси зависит, в частности, от коэффициента усиления  $k$  (3.17).

При увеличении  $k$  точка пересечения сдвигается влево и при некотором его значении амплитудно-фазовая частотная характеристика охватит точку  $-1, j0$ , а это значит, что ФАПЧ перейдет в неустойчивое состояние. Значение  $k$ , при котором точка пересечения совпадает с точкой  $-1, j0$ , называется граничным коэффициентом усиления  $k_{гр}$ .

Кроме рассмотренного частотного метода исследования устойчивости ФАПЧ могут эффективно использоваться и другие методы, например метод D-разбиения, позволяющий на плоскости параметров построить границу D-разбиения и определить области устойчивости и неустойчивости. Этот метод будет рассмотрен в разделе цифрового моделирования ФАПЧ.

### *Исследование динамических и статических характеристик ФАПЧ*

Для исследования временных характеристик необходимо иметь уравнения замкнутой ФАПЧ, которые можно получить на основе структурной схемы (рис. 3.11).

Составим систему двух уравнений:

- уравнение замыкания

$$\varepsilon(p) = \Delta\theta(p) - \Delta\varphi(p), \quad (3.18)$$

- уравнение вход-выход контура управления

$$\Delta\varphi(p) = \varepsilon(p)W(p), \quad (3.19)$$

где  $W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p)$ .

Решая систему уравнений (3.18), (3.19) относительно  $\Delta\varphi(p)$  и  $\varepsilon(p)$ , получим два уравнения замкнутой ФАПЧ:

- относительно изображения изменения фазы ГУН  $\Delta\varphi(p)$

$$\Delta\varphi(p) = \Delta\theta(p) \frac{W(p)}{1 + W(p)}, \quad (3.20)$$

- относительно изображения фазовой ошибки  $\varepsilon(p)$

$$\varepsilon(p) = \Delta\theta(p) \frac{1}{1 + W(p)}. \quad (3.21)$$

Формулы (3.20), (3.21) позволяют получить операторные уравнения для расчета характеристик изменения фазы колебания ГУН  $\Delta\varphi(t)$  и сигнала фазовой ошибки  $\varepsilon(t)$  при различных фазовых возмущениях  $\Delta\theta(t)$ .

В качестве типовых детерминированных возмущений при исследовании ФАПЧ принято использовать "скачок фазы" и "скачок частоты".

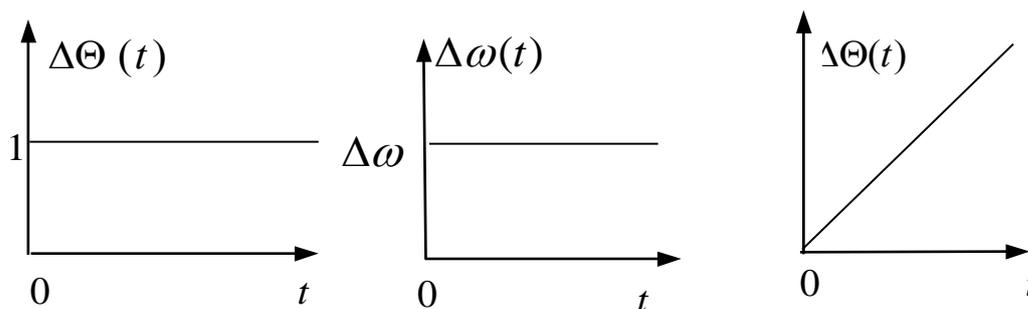


Рис. 3.13. Временные характеристики типовых фазовых возмущений

При скачке фазы  $\Delta\theta(p) = \frac{1}{p}$ , а при скачке частоты фаза  $\Delta\theta(t)$  будет изменяться по линейному закону, так как между частотой и фазой существует зависимость

$$\Delta\omega(t) = \frac{d\Delta\theta(t)}{dt}. \quad (3.22)$$

Принимая во внимание, что  $\Delta\omega(t) = const = \Delta\omega$ , запишем (3.22) в операторном виде

$$\frac{\Delta\omega}{p} = p\Delta\theta(p). \quad (3.23)$$

Из (3.23) находим

$$\Delta\theta(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2}. \quad (3.24)$$

*Временные характеристики ФАПЧ при типовом возмущении "скачок фазы"*

Подставив в (3.20) значение  $\Delta\theta(p) = \frac{1}{p}$  и выражение

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p) = \frac{1}{1+T_1p} \cdot \frac{1+T_2p}{1+T_3p} \cdot \frac{k}{p}, \quad \text{находим}$$

$$\Delta\varphi(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{\frac{1}{1+T_1p} \cdot \frac{1+T_2p}{1+T_3p} \cdot \frac{k}{p}}{1 + \frac{1}{1+T_1p} \cdot \frac{1+T_2p}{1+T_3p} \cdot \frac{k}{p}} = \frac{1}{p} \cdot \frac{k(1+T_1p)}{k(1+T_2p) + p(1+T_1p)(1+T_3p)}. \quad (3.25)$$

В рассмотренном случае использован пропорционально-интегрирующий фильтр 1-го порядка (рис. 3.7, б)  $W_2(p) = \frac{1+T_2p}{1+T_3p}$ .

Далее по изображению (3.25) находим оригинал.

В (3.25) обозначим числитель и знаменатель в виде полиномов

$$A(p) = k(1+T_2p); \quad B(p) = k(1+T_2p) + p(1+T_1p)(1+T_3p),$$

тогда

$$\Delta\varphi(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{A(p)}{B(p)}, \quad (3.26)$$

а оригинал, в соответствии с формулой разложения [15],

$$\Delta\varphi(t) = \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{p_i B'(p_i)} \cdot e^{p_i t} . \quad (3.27)$$

В (3.27) первое слагаемое характеризует установивший процесс, а слагаемые, находящиеся под знаком суммы, - переходный процесс.

При  $t \rightarrow \infty$  слагаемые под знаком суммы обратятся в нуль (предполагается, что ФАПЧ устойчива).

Тогда  $\Delta\varphi(t) = \frac{A(0)}{B(0)}$ , и на основании (3.25) получаем

$$\Delta\varphi(t) = 1 .$$

Таким образом, установившееся значение изменения фазы на выходе ФАПЧ при единичном ступенчатом входном возмущении равно единице.

Для исследования переходного процесса (динамики работы ФАПЧ) необходимо найти составляющие, расположенные под знаком суммы (3.27).

В формуле (3.27)  $p_i$ -корни полинома знаменателя выражения (3.25).

Для их определения необходимо решить уравнение третьей степени относительно  $p$ .

$$B(p) = k + (1 + kT_2)p + (T_1 + T_3)p^2 + T_1T_3p^3 = 0 . \quad (3.28)$$

Такой путь исследования переходного процесса весьма громоздкий, а при наличии в контуре управления ФАПЧ более сложных звеньев, например, пропорционально-интегрирующего фильтра второго порядка, приводит зачастую к непреодолимым трудностям.

Для преодоления этих трудностей следует применять бескорневые методы исследования переходных процессов [16]. Метод исследования переходных процессов в ФАПЧ рассмотрен в разд. 4.

Весьма важной характеристикой ФАПЧ является временная характеристика сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$ . Аналитическое выражение сигнала ошибки можно получить, используя уравнение (3.21).

Сначала определим  $\varepsilon(t)$  при единичном ступенчатом фазовом возмущении на входе ФАПЧ.

Для этого в операторное уравнение замкнутой ФАПЧ (3.21) подставим  $\Delta\theta(p) = \frac{1}{p}$  и выражение передаточной функции контура управления ФАПЧ  $W(p)$ . В результате подстановки указанных соотношений находим

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) &= \Delta\theta(p) \frac{1}{1+W(p)} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{1+T_1p} \cdot \frac{1+T_2p}{1+T_3p} \cdot \frac{k}{p}} = \\ &= \frac{(1+T_1p)(1+T_3p)}{k(1+T_2p) + p(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{A(p)}{B(p)}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

При полученной структуре изображения  $\varepsilon(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$ , для определения оригинала следует использовать формулу разложения первого вида [15]

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{B'(p_i)} \cdot e^{p_i t}. \quad (3.30)$$

Из соотношения (3.30) видно, что в установившемся режиме (при  $t \rightarrow \infty$ ) все составляющие под знаком суммы обращаются в нуль (предполагается, что ФАПЧ устойчивая), а, следовательно,  $\varepsilon(t) = 0$ .

Таким образом, при ступенчатом фазовом возмущении  $\Delta\theta(t) = 1(t)$  установившаяся фазовая ошибка равна нулю. ФАПЧ является астатической САУ, а это значит, что при ступенчатом воздействии по измеряемой величине установившейся ошибки не будет [15].

Временные характеристики изменения фазы на выходе ФАПЧ  $\Delta\varphi[n]$  и фазовой ошибки (сигнала ошибки)  $\varepsilon[n]$  при единичном ступенчатом фазовом возмущении на входе изображены на (рис. 3.14).

Из рисунка видно, что  $\varepsilon(t) = 0$ .

Признаком того, что ФАПЧ обладает астатизмом первого порядка, является наличие в контуре управления ФАПЧ интегрирующего (астатического) звена, т. е. звена с операторной передаточной функцией  $W_3(p) = \frac{k}{p}$ . Таким звеном в ФАПЧ является ГУН.

Вторым типовым воздействием для ФАПЧ является "скачок частоты". Этот вид воздействия позволяет раскрыть принципиальные особенности ФАПЧ по точности ее работы.

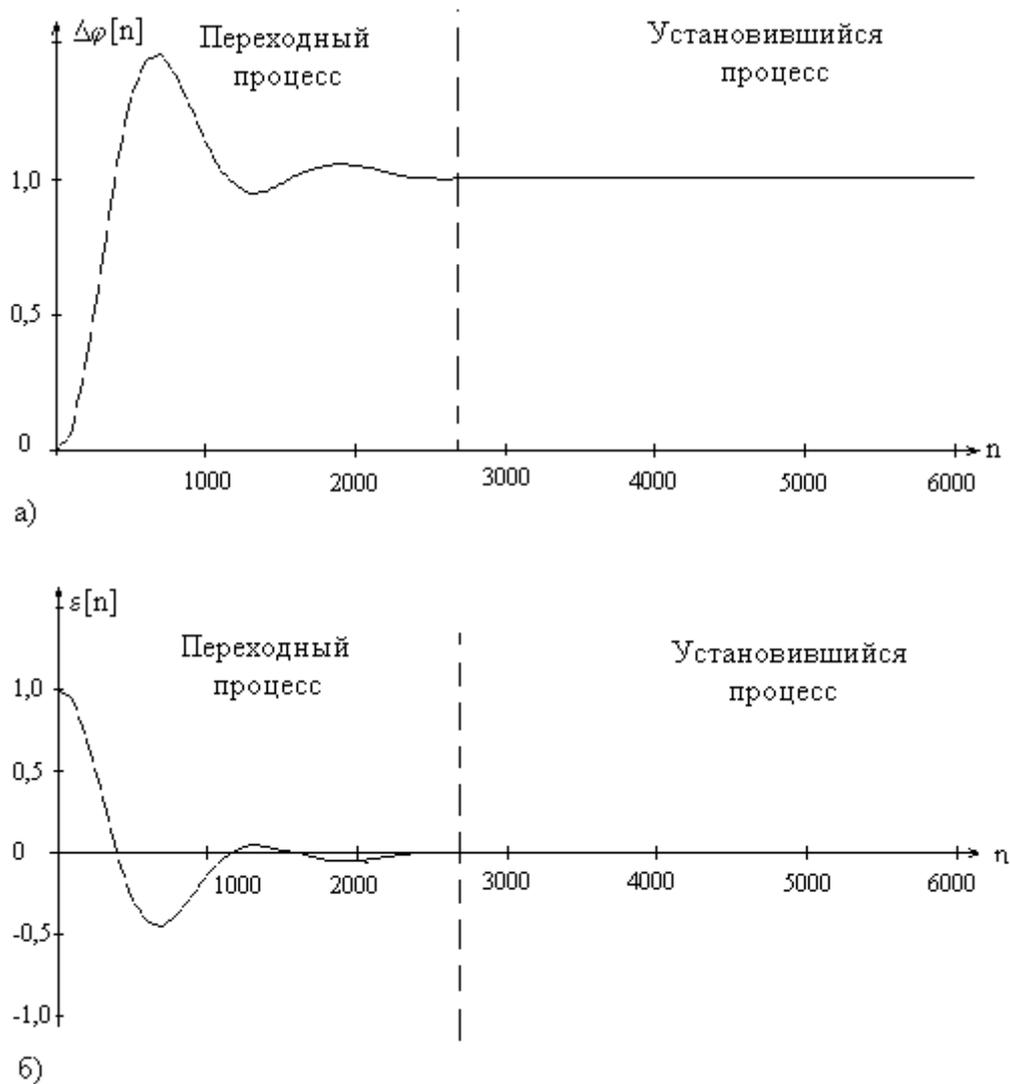


Рис. 3.14. а) характеристика изменения фазы при ступенчатом фазовом возмущении,  
 б) характеристика фазовой ошибки при ступенчатом фазовом возмущении

*Временные характеристики ФАПЧ при типовом возмущении "скачок частоты"*

Наиболее существенные результаты оценки качества работы ФАПЧ можно получить на основе исследования временных характеристик сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$  при возмущающем воздействии "скачок частоты".

Как ранее было показано, "скачку частоты" соответствует линейное изменение фазы (3.24) и при таком возмущающем воздействии  $\Delta\theta(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2}$ .

Используя (3.21), получаем

$$\begin{aligned}\varepsilon(p) &= \Delta\theta(p) \cdot \frac{1}{1+W(p)} = \frac{\Delta\omega}{p^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{1+T_1p} \cdot \frac{1+T_2p}{1+T_3p} \cdot \frac{k}{p}} = \\ &= \frac{\Delta\omega}{p} \cdot \frac{(1+T_1p)(1+T_3p)}{k(1+T_2p) + p(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{\Delta\omega}{p} \cdot \frac{A(p)}{B(p)}.\end{aligned}\quad (3.31)$$

Для определения оригинала воспользуемся формулой разложения второго вида [15]

$$\varepsilon(t) = \Delta\omega \left[ \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{p_i B'(p_i)} \cdot e^{p_i t} \right].$$

Если ФАПЧ устойчива, то при  $t \rightarrow \infty$  все слагаемые под знаком суммы обращаются в нуль и установившаяся ошибка

$$\varepsilon(t) \underset{t \rightarrow \infty}{=} \varepsilon(\infty) = \Delta\omega \cdot \frac{A(0)}{B(0)}.\quad (3.32)$$

Учитывая (3.31), получаем

$$\varepsilon(\infty) = \frac{\Delta\omega}{k}.\quad (3.33)$$

Таким образом, установившаяся ошибка прямо пропорциональна частотной расстройке  $\Delta\omega$  и обратно пропорциональна коэффициенту усиления  $k$  в контуре управления ФАПЧ.

Временная характеристика изменения фазовой ошибки  $\varepsilon[n]$  при возмущении вида "скачок частоты"  $\Delta\omega(t) = const = \Delta\omega$  (линейном фазовом возмущении) изображена на рис. 3.15.

Из рисунка видно, что в установившемся режиме при линейном фазовом возмущении  $\Delta\theta(t) = k \cdot t$  ("скачок частоты") образуется установившаяся фазовая ошибка, величина которой определяется (3.33).

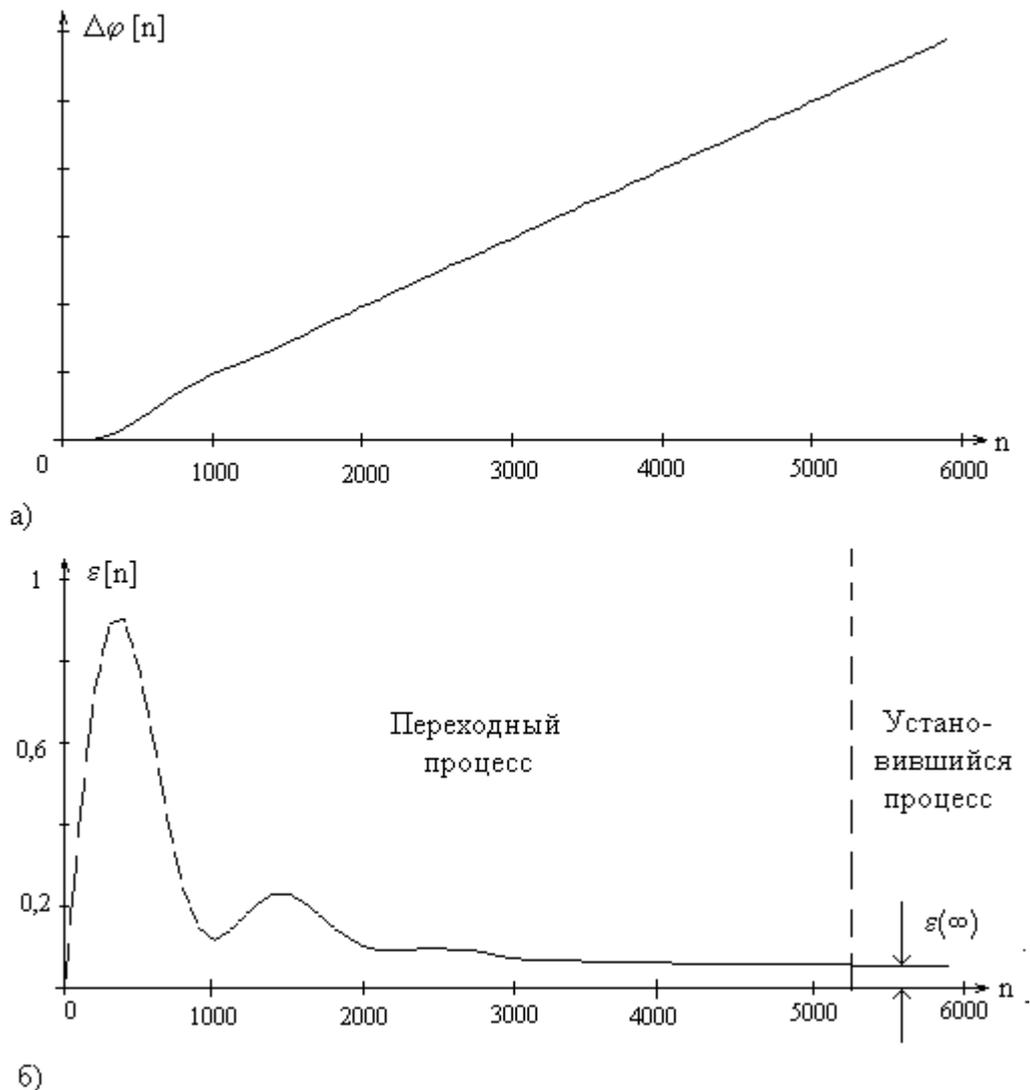


Рис. 3.15. а) временная характеристика изменения фазы при линейном фазовом возмущении,  
 б) временная характеристика фазовой ошибки при линейном фазовом возмущении

Остановимся более подробно на физических процессах, происходящих в контуре управления ФАПЧ при образовании установившейся фазовой ошибки.

### *Физическая сущность установившейся ошибки $\varepsilon(\infty)$*

Физические процессы, происходящие при работе ФАПЧ, поясняются временными диаграммами (рис. 3.16). При изменении частоты СИ происходит фазовый сдвиг между колебанием СИ (короткими импульсами) и колебанием ГУН (треугольными импульсами). Фазовый сдвиг образуется в установившемся режиме по причине изменения частоты СИ на постоянную величину или за счет

взаимного изменения частот СИ и ГУН. За счет фазового сдвига  $\varepsilon(\infty)$  образуется управляющее напряжение  $\Delta u$  и частота ГУН становится равной частоте СИ. Фазовый сдвиг между колебаниями СИ и ГУН (рис. 3.16), образующийся за счет изменения частоты СИ (или взаимного изменения частот СИ и ГУН), и является установившейся ошибкой  $\varepsilon(\infty)$ .

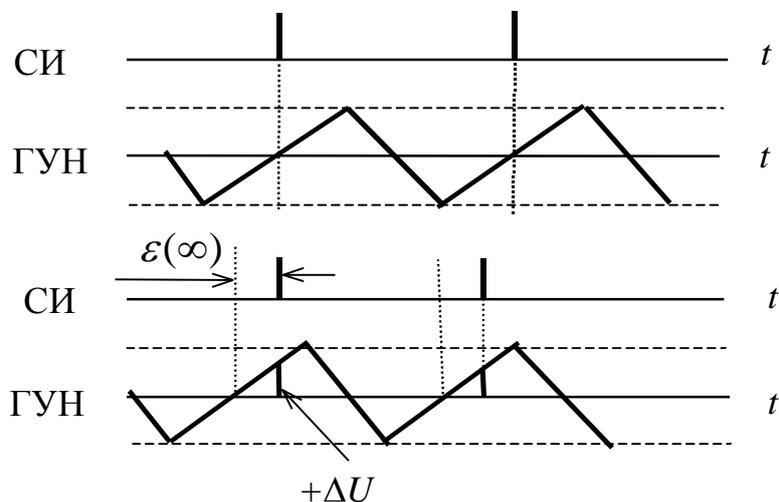


Рис. 3.16. Образование установившейся ошибки

При увеличении частотной расстройки необходимо иметь большую величину управляющего напряжения  $\Delta u$  для ее компенсации, а это реализуется увеличением установившейся ошибки  $\varepsilon(\infty)$  (рис. 3.16).

Таким образом, чем больше частотная расстройка  $\Delta\omega$ , тем больше будет установившаяся ошибка  $\varepsilon(\infty)$ , что и подтверждается (3.33).

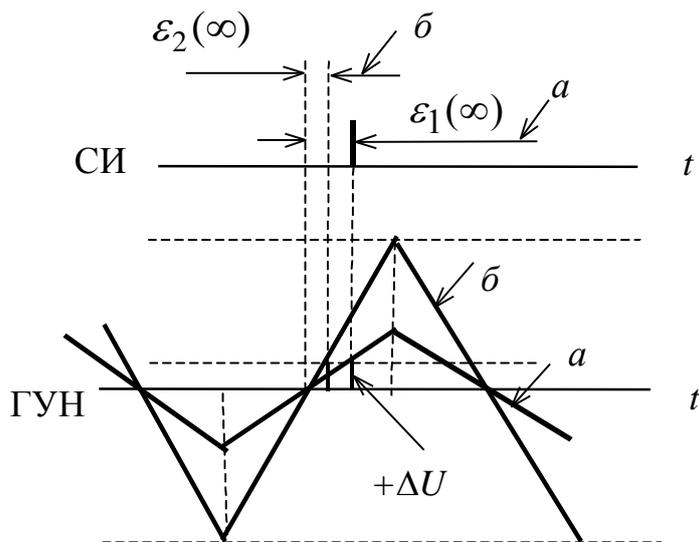


Рис. 3.17. Влияние коэффициента усиления  $k$  на установившуюся ошибку  $\varepsilon(\infty)$

Проиллюстрируем на временных диаграммах влияние коэффициента усиления  $k$  в контуре управления ФАПЧ на установившуюся ошибку  $\varepsilon(\infty)$ .

Пусть собственные частоты СИ и ГУН отличаются на  $\Delta\omega$ . В этом случае образуется установившаяся ошибка  $\varepsilon_1(\infty)$  и управляющее напряжение  $\Delta U$ . Такая ошибка будет в ФАПЧ до изменения коэффициента усиления  $k$  (рис. 3.17, а).

При увеличении коэффициента усиления в контуре управления ФАПЧ (рис. 3.17, б) и наличии той же частотной расстройки  $\Delta\omega$  для компенсации этой расстройки понадобится то же управляющее напряжение  $\Delta U$ . Для сохранения величины управляющего напряжения  $\Delta U$  установившаяся ошибка уменьшится до значения  $\varepsilon_2(\infty)$ .

Таким образом, при увеличении коэффициента усиления  $k$  в контуре управления ФАПЧ установившаяся ошибка уменьшается, что и подтверждается (3.33).

Необходимо учитывать, что с увеличением коэффициента усиления увеличивается колебательность и при некотором его граничном значении  $k_{ср}$  ФАПЧ переходит в неустойчивое состояние.

### *Полоса удержания и полоса захвата ФАПЧ*

Для ФАПЧ возможны два режима: удержания или синхронизации и режим биений, который наступает при выходе ФАПЧ из режима синхронизации. Режим синхронизации существует в пределах полосы удержания. За пределами полосы удержания наступает режим биений.

### *Полоса удержания*

Поясним порядок определения полосы удержания на основе наблюдения за процессами, происходящими в ФАПЧ при изменении частоты синхронизирующего колебания (синхроимпульсов - СИ). Как ранее было показано, при изменении частоты СИ образуется установившаяся ошибка, максимальная величина которой (при треугольной характеристике фазового дискриминатора) ограничена вершиной треугольной характеристики (рис.3.17). При дальнейшем изменении частоты СИ происходит срыв синхронизации. Таким образом, для определения полосы удержания необходимо измерить частоту СИ, при которой происходит срыв синхронизации справа и слева рабочего участка характеристик фазового дискриминатора. Момент срыва синхронизации можно определить с помощью двухлучевого осциллографа. На один луч осциллографа подается колебание СИ, а на второй - колебание от ГТЧ. В момент срыва синхронизации начинается биение колебаний ГТЧ (образуется шумовая дорожка). Итак, определив значения частот срыва синхронизации справа и слева полосы удержания, находим полосу удержания (рис. 3.17)

$$\Delta f_{удер} = \frac{f_1 - f_2}{2}. \quad (3.34)$$

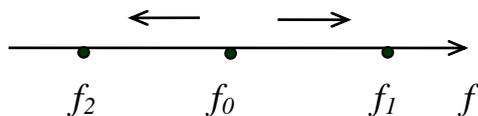


Рис. 3.17. Определение полосы удержания

Можно вывести формулу для определения полосы удержания на основе выражения установившейся ошибки

$$\varepsilon(\infty) = \frac{\Delta\omega}{k}.$$

Срыв синхронизации наступит при максимальной (допустимой) установившейся ошибке  $\varepsilon_{\max}(\infty)$ . Следовательно,

$$\Delta\omega_{удер} = k\varepsilon_{\max}(\infty). \quad (3.35)$$

Максимальная (допустимая) величина установившейся ошибки равна половине рабочего участка характеристики фазового дискриминатора.

### *Полоса захвата*

При определении полосы захвата предполагается, что исходным режимом является режим биений. Производится сближение частот справа и слева до моментов "захвата". На двухлучевом осциллографе моменты захвата индицируются прекращением биений (вместо шумовой дорожки появятся импульсы ГТЧ).

Определив  $f'_1$  и  $f'_2$  (рис. 3.18), находим полосу захвата

$$\Delta f_{захв} = \frac{f'_1 - f'_2}{2}. \quad (3.36)$$

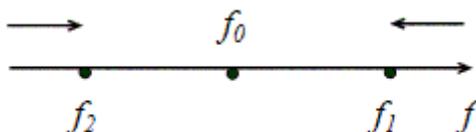


Рис. 3.18. Определение полосы захвата

Полоса захвата уже полосы удержания

$$\Delta f_{захв} < \Delta f_{удерж}.$$

Это объясняется тем, что на границах полосы удержания имеет место переход линейного процесса синхронизации в нелинейный процесс биений.

При измерении полосы захвата на границах полосы происходит переход нелинейного процесса биений в линейный процесс синхронизации. В процессе захвата имеют место "перескоки" колебания ГТЧ в область синхронизации и в область биений. Когда число "перескоков" в область синхронизации (удержания) станет больше числа "перескоков" в область биений, произойдет захват, а это будет при  $f_1' < f_1$  и  $f_2' > f_2$ .

Следовательно,

$$\Delta f_{захв} < \Delta f_{удерж}.$$

Приведенное пояснение не является строгим, оно лишь качественно поясняет физическую сущность процесса.

### 3.2.2. Исследование системы тактовой сетевой синхронизации с помощью графов

Как известно [15], наряду со структурной схемой САУ используют граф системы управления. Ветви графа соответствуют передаточным функциям элементов, а узлы графа - соединениям (связям элементов).

Рассмотрим основные правила, позволяющие определить передаточную функцию системы в целом по передаточным функциям отдельных элементов. Эти правила составляют алгебру передаточных функций [26]. Приведем графы, соответствующие различным соединениям элементов (звеньев) САУ.

Передаточная функция последовательного соединения звеньев (рис. 3.19) равна произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = \prod_{i=1}^m W_i(p). \quad (3.37)$$

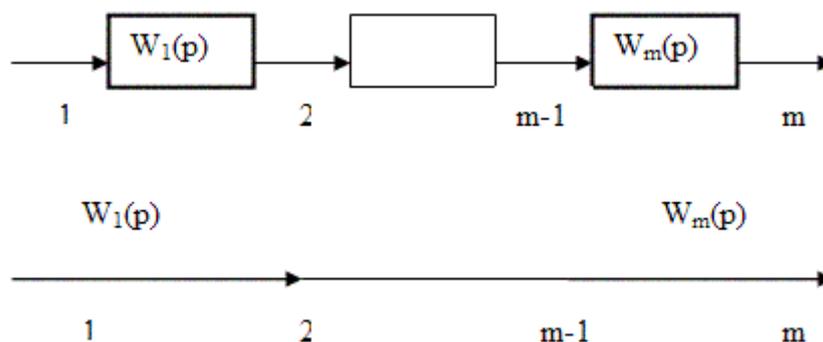


Рис. 3.19. Последовательное соединение звеньев

При параллельном соединении звеньев (рис. 3.20) на все входы поступает один и тот же входной сигнал, а выходные сигналы всех звеньев алгебраически суммируются.

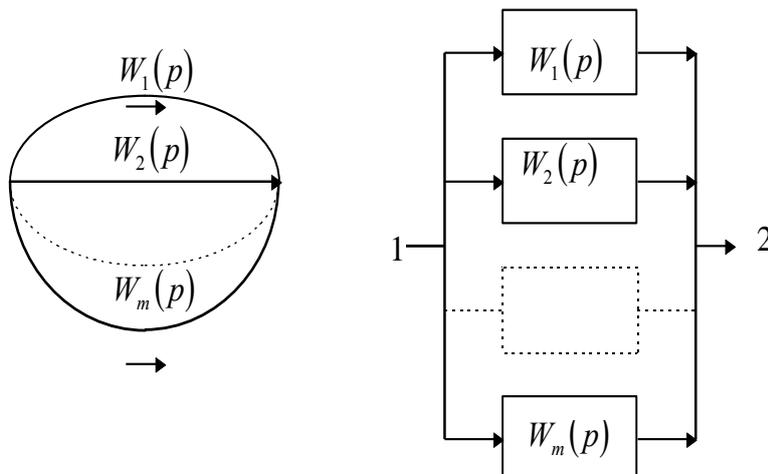


Рис. 3.20. Параллельное соединение звеньев

Следовательно, передаточная функция параллельного соединения звеньев равна сумме передаточных функций отдельных звеньев

$$W(p) = \sum_{i=1}^m W_i(p) . \quad (3.38)$$

Существует также при образовании замкнутой САУ обратное соединение звеньев (рис. 3.21). В этом случае имеем:

$$X_2(p) = W_1(p)X_1(p), \quad (3.39)$$

$$X_3(p) = W_2(p)X_2(p), \quad (3.40)$$

$$X_1(p) = X_0(p) \pm X_3(p). \quad (3.41)$$

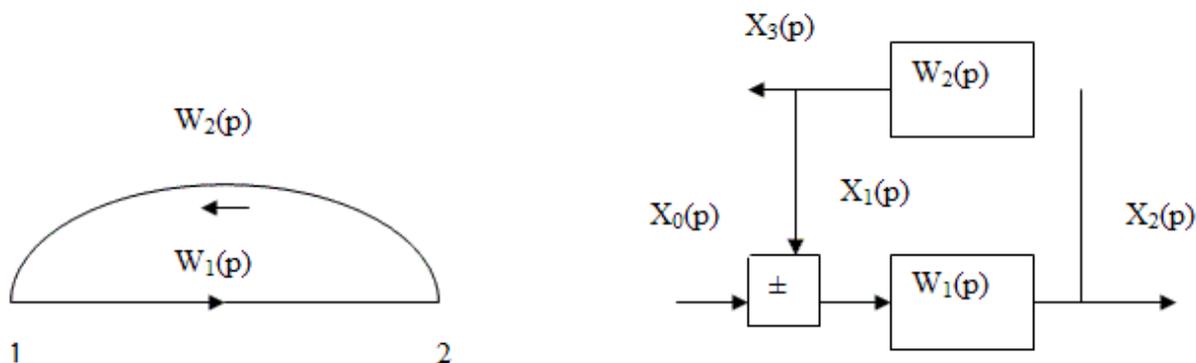


Рис. 3.21. Обратное соединение звеньев

Знак минус соответствует отрицательной обратной связи, а знак плюс - положительной обратной связи.

Подставляя в (3.40) (3.39) для  $X_2(p)$ , получаем

$$X_3(p) = W_1(p)W_2(p)X_1(p). \quad (3.42)$$

Заменив  $X_3(p)$  в (3.41) его значением из (3.42), находим

$$X_1(p) = \frac{1}{1 \mp W_1(p)W_2(p)} X_0(p). \quad (3.43)$$

Подставив это значение в (3.39), получаем

$$X_2(p) = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p)W_2(p)} X_0(p) = W_{\text{замкн}}(p)X_0(p).$$

Отсюда,

$$W_{\text{замкн}}(p) = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p)W_2(p)}. \quad (3.44)$$

Если  $W_1(p) = 1$ , то граф (рис. 3.21) вырождается в петлю (рис. 3.22) и

$$W_{\Pi}(p) = \frac{1}{1 \mp W_2(p)}. \quad (3.45)$$

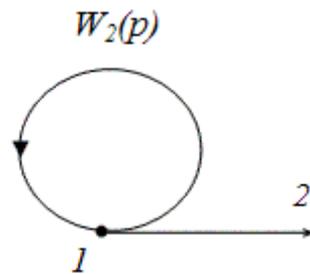


Рис. 3.22. Граф вида "петля"

В этом случае граф (рис. 3.21) на основе (3.44) может быть представлен в виде петли и ветви (рис. 3.23).

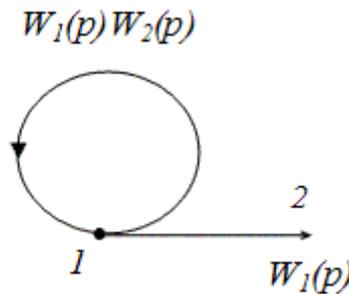


Рис. 3.23. Граф вида "петля" и "ветвь"

При преобразовании сложных графов к простейшему виду во многих случаях приходится производить перенос точки съема.

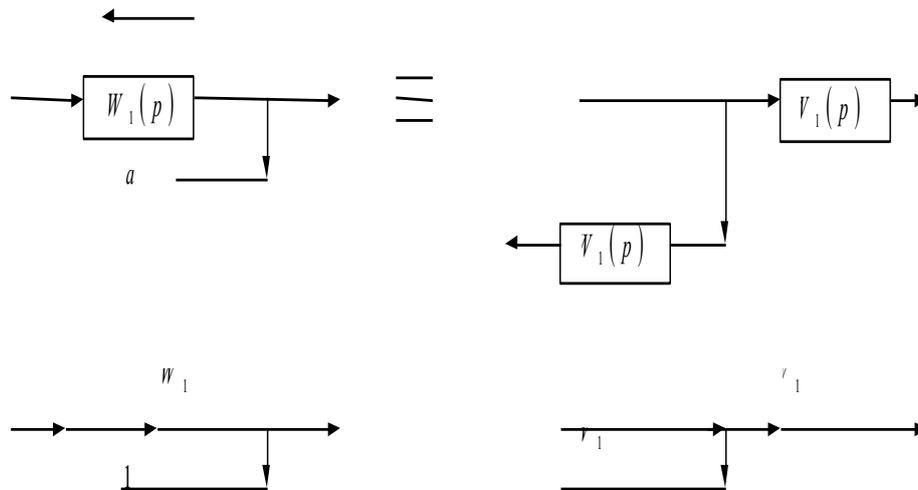


Рис. 3.24. Перенос точки съема против направления прохождения сигнала

Если точка съема переносится против направления прохождения сигнала, то в переносимую ветвь нужно включить элементы с передаточными функциями всех элементов, встречающихся на пути между прежней и новой точками съема (рис. 3.24).

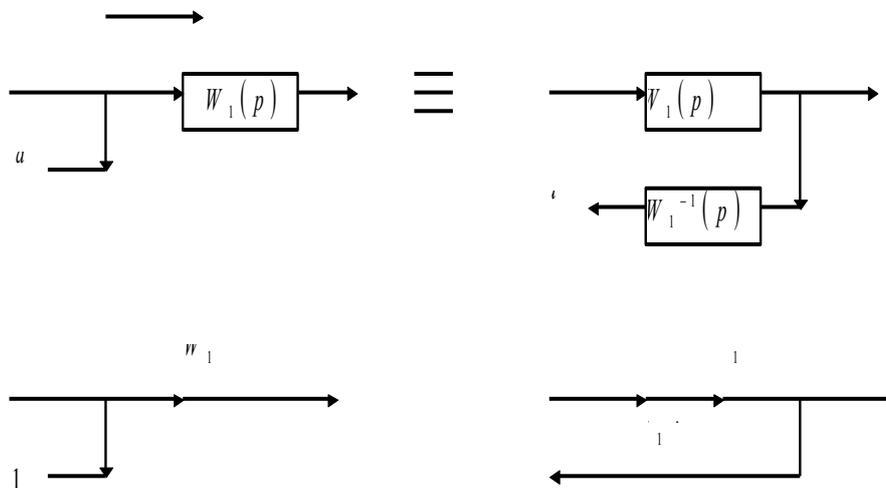


Рис. 3.25. Перенос точки съема по направлению прохождения сигнала

Если точка съема переносится по направлению прохождения сигнала, то в переносимую ветвь нужно включить элементы с обратными передаточными функциями всех элементов, встречающихся на пути между новой и прежней точками съема (рис. 3.25).

Также приходится переносить точку суммирования. Если точка суммирования переносится по направлению прохождения сигнала, то в переносимую ветвь нужно включить элементы с передаточными функциями

всех элементов, встречающихся на пути между прежней и новой точками суммирования (рис. 3.26).

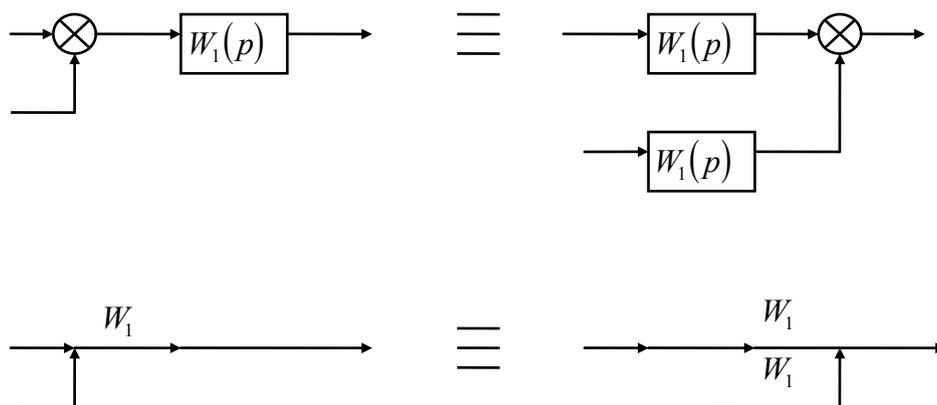


Рис. 3.26. Перенос точки суммирования

Рассмотренные правила алгебры передаточных функций и связь их с преобразованиями графов могут быть успешно использованы для исследования систем тактовой синхронизации.

### Граф ФАПЧ

Граф ФАПЧ строится на основе структурной схемы (рис. 3.27), где:

$W_1(p)$  - операторная передаточная функция фильтра фазового дискриминатора;

$W_2(p)$  - передаточная функция пропорционально-интегрирующего фильтра;

$W_3(p)$  - передаточная функция ГУН.

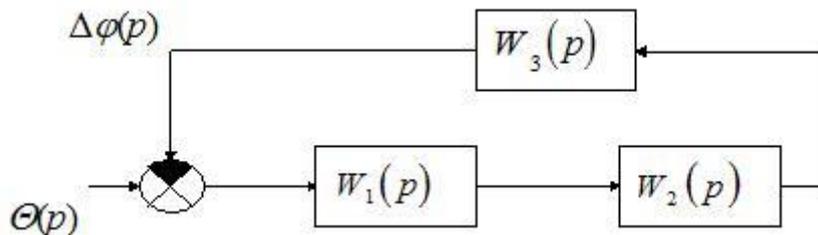


Рис. 3.27. Структурная схема ФАПЧ

Структурной схеме (рис. 3.27) соответствует граф (рис. 3.28).

Так как в ФАПЧ обратная связь отрицательная, то в качестве измерителя фазовых рассогласований используется вычитатель, который обозначается

кружком с зачерненным сектором, а на графе ветвь, характеризующая обратную связь, обозначается передаточной функцией со знаком минус.

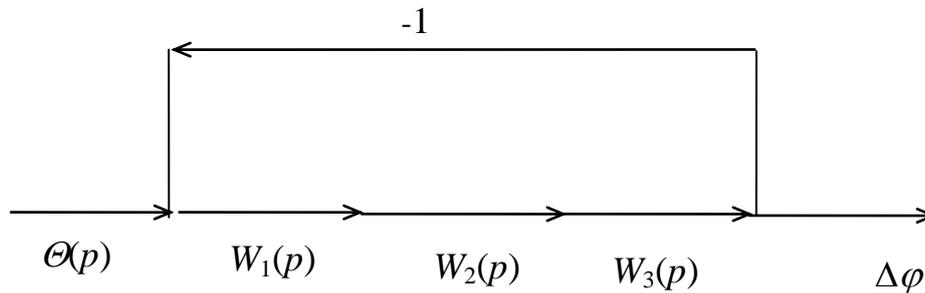


Рис. 3.28. Граф ФАПЧ

Граф (рис. 3.28) приводится к виду, содержащему петлю и ветвь (рис. 3.29), где

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p).$$

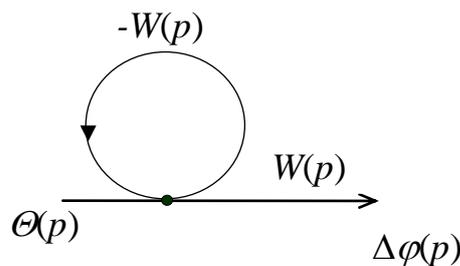


Рис. 3.29. Преобразование графа ФАПЧ

На основе графа (рис. 3.29) получаем уравнение замкнутой ФАПЧ

$$\Delta\varphi(p) = \Theta(p) \frac{W(p)}{1 + W(p)}. \quad (3.46)$$

### *Граф системы взаимной синхронизации генераторов*

В качестве второго примера рассмотрим порядок построения графа и получения уравнения системы взаимной синхронизации генераторов (СВСГ). На рис. 3.30 изображена структурная схема СВСГ, содержащая две ФАПЧ и модели каналов синхронизации, представленные операторными передаточными функциями  $W_{k1}(p)$  и  $W_{k2}(p)$ . Из приведенной структурной схемы видно, что выход первой ФАПЧ соединен через модель канала синхронизации  $W_{k1}(p)$  со

входом второй ФАПЧ, а выход второй ФАПЧ - через модель канала синхронизации  $W_{k2}(p)$  соединен со входом первой ФАПЧ. Предполагается, что фазовые автоподстройки частоты (I и II) идентичны, т. е. имеют одинаковую структуру и параметры. Граф отдельной ФАПЧ содержит петлю и ветвь (рис. 3.29).

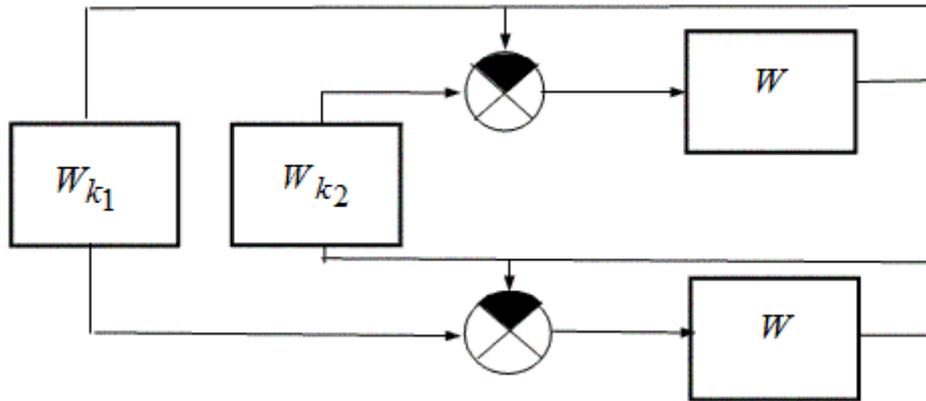


Рис. 3.30. Структурная схема СВСГ

Поэтому исходный граф, соответствующий структурной схеме СВСГ (рис.3.30), будет иметь вид рис. 3.31.

На приведенных рисунках и в полученных формулах для упрощения записи оператор " $p$ " опущен.

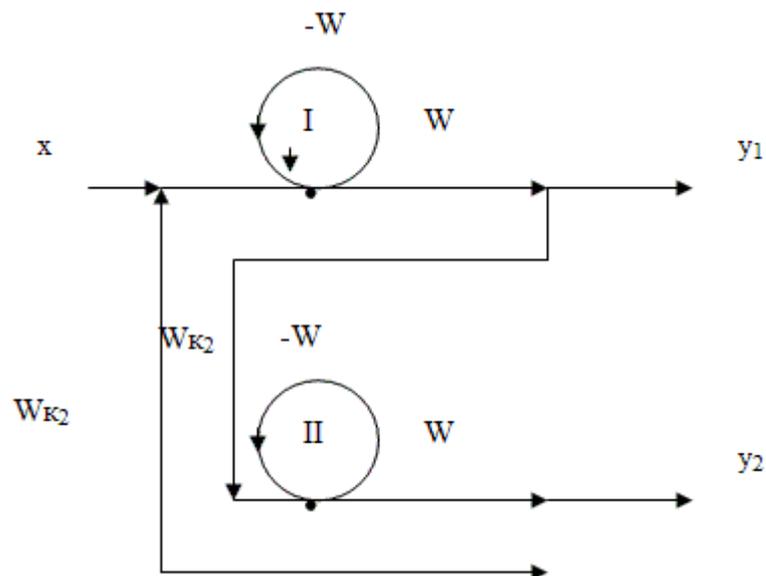


Рис. 3.31. Исходный граф СВСГ

Сначала рассмотрим случай преобразования графа, когда сигнал воздействия " $x$ " применен ко входу первой ФАПЧ, а выходные сигналы " $y$ " снимаются с выходов ФАПЧ. Преобразуя петлю в ветвь, получаем граф,

изображенный на рис. 3.32.

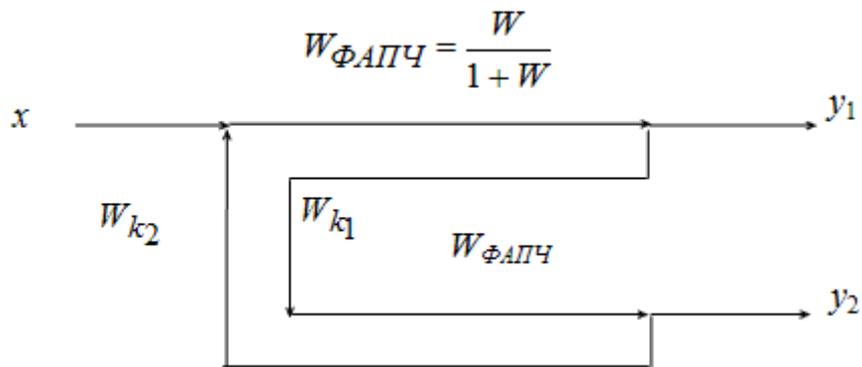


Рис. 3.32. Преобразование графа СВСГ

Относительно выхода "y<sub>1</sub>" граф (рис. 3.32) преобразуется к виду рис. 3.33.

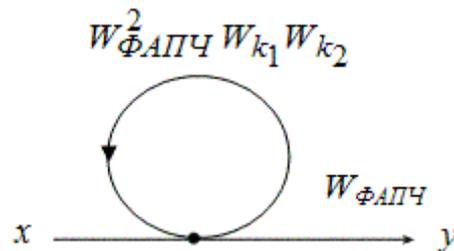


Рис. 3.33. Граф относительно выхода y<sub>1</sub>

На основе графа (рис. 3.33) получаем операторное уравнение СВСГ

$$Y_1 = X \frac{W_{\Phi АПЧ}}{1 - W_{\Phi АПЧ}^2 W_{k1} W_{k2}}. \quad (3.47)$$

Относительно выхода y<sub>2</sub> граф (рис. 3.32) преобразуется к виду рис. 3.34, и операторное уравнение примет вид

$$Y_2 = X \frac{W_{\Phi АПЧ}^2 W_{k1}}{1 - W_{\Phi АПЧ}^2 W_{k1} W_{k2}}. \quad (3.48)$$

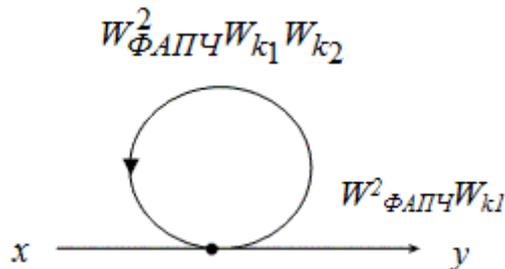


Рис. 3.34. Граф относительно выхода y<sub>2</sub>

Если сигнал воздействия приложен ко входу второй ФАПЧ, то на основе результирующего графа (рис. 3.35) операторные уравнения относительно выходов  $y_1$  и  $y_2$  запишутся в виде

$$Y_1 = X \frac{W_{\Phi АПЧ}^2 W_{k_2}}{1 - W_{\Phi АПЧ}^2 W_{k_1} W_{k_2}}, \quad (3.49)$$

$$Y_2 = X \frac{W_{\Phi АПЧ}}{1 - W_{\Phi АПЧ}^2 W_{k_1} W_{k_2}}. \quad (3.50)$$

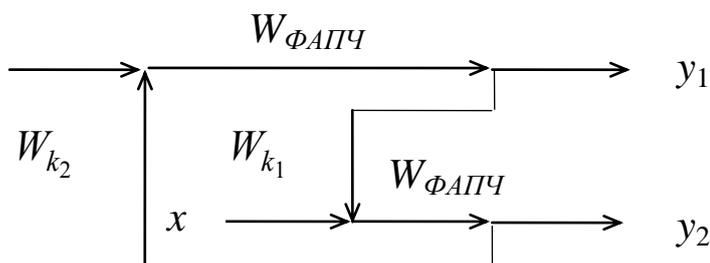


Рис. 3.35. Изменение точки приложения воздействия  $x$

Операторные уравнения (3.47) – (3.50) позволяют исследовать временные характеристики СВСГ при различных входных фазовых воздействиях.

Так, для расчета переходной характеристики двухузловой СВСГ в операторных уравнениях необходимо взять  $X(p) = \frac{1}{p}$ .

Как ранее было показано, важной временной характеристикой ФАПЧ является сигнал ошибки  $\varepsilon(t)$ . Эта характеристика весьма существенна и для СВСГ.

Операторное уравнение сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$  имеет вид  $\varepsilon(p) = \Theta(p) - Y(p)$ .

Анализируя структуру уравнений (3.47) – (3.50), видим, что они имеют высокий порядок, поэтому переход во временную область весьма затруднителен. Наиболее целесообразно использовать бескорневые методы решения этих уравнений [15].

### 3.3. Матричный метод исследования системы тактовой сетевой синхронизации

Систему тактовой синхронизации цифровой сети можно рассматривать как многосвязную систему автоматического управления (МСАУ). Будем называть ее многосвязной системой синхронизации сети (МССС).

МСАУ называются такие системы, в которых осуществляется

одновременное регулирование нескольких взаимных координат. Они образуются при управлении несколькими координатами одного объекта или при совместной работе нескольких односвязных систем автоматического управления. Структурную схему МСАУ интересующего нас класса можно представить в виде нескольких сепаратных систем с перекрестными связями между ними [18].

Основной отличительной особенностью МСАУ, по сравнению с односвязными, является наличие в первых более чем одной регулируемой величины, причем процессы регулирования различных величин являются взаимосвязанными. Это приводит к резкому возрастанию порядка дифференциальных уравнений, описывающих систему. Существенных упрощений записи уравнений и их преобразований можно достигнуть, используя представление их в матричной форме. Хотя матричная форма записи уравнений непосредственно не дает новые способы их исследований, однако помогает осуществлять преобразования МСАУ к такой эквивалентной форме, которая позволяет более эффективно использовать методы анализа и синтеза таких систем.

В качестве сепаратных устройств в системе тактовой синхронизации цифровой сети могут быть использованы как ФАПЧ с воздействием на синхронизируемый генератор (ГУН), так и ФАПЧ с воздействием на преобразователь частоты. Управление фазой последних возможно путем добавления и вычитания импульсов на входе делителя (ФАПЧ с УДВ) или путем применения делителя частоты с переменным коэффициентом деления (ФАПЧ с ДПКД).

В системах синхронизации с высокостабильными генераторами нашли применение цифровые ФАПЧ с УДВ и ДПКД в связи с тем, что отсутствует непосредственная подстройка частоты эталонного генератора.

Основной особенностью МССС является наличие каналов связи, вносящих запаздывание и флуктуации фазы синхроимпульсов.

Канал связи между узлами сети синхронизации характеризуется передаточной функцией  $M_{ij}(p)$ , учитывающей запаздывание в канале, и случайным сигналом  $\xi_{ij}(p)$ , имитирующим флуктуации фазы синхроимпульсов. Сигнал  $\xi_{ij}(p)$  приведен ко входу фазового дискриминатора ФАПЧ. Для случая, когда отдельные ФАПЧ работают на линейном участке характеристики фазового дискриминатора, МССС может быть описана системой дифференциальных уравнений в операторной форме относительно выходных координат объекта управления  $y_i(p)$ .

Возможны две разновидности структурной схемы многовходового фазового дискриминатора, отличающиеся местом включения сумматора. В одном случае сумматор включается до одновходового измерителя рассогласования фаз (рис.3.36), а во втором случае используется многовходовой измеритель рассогласования фаз и суммируются сигналы ошибок.

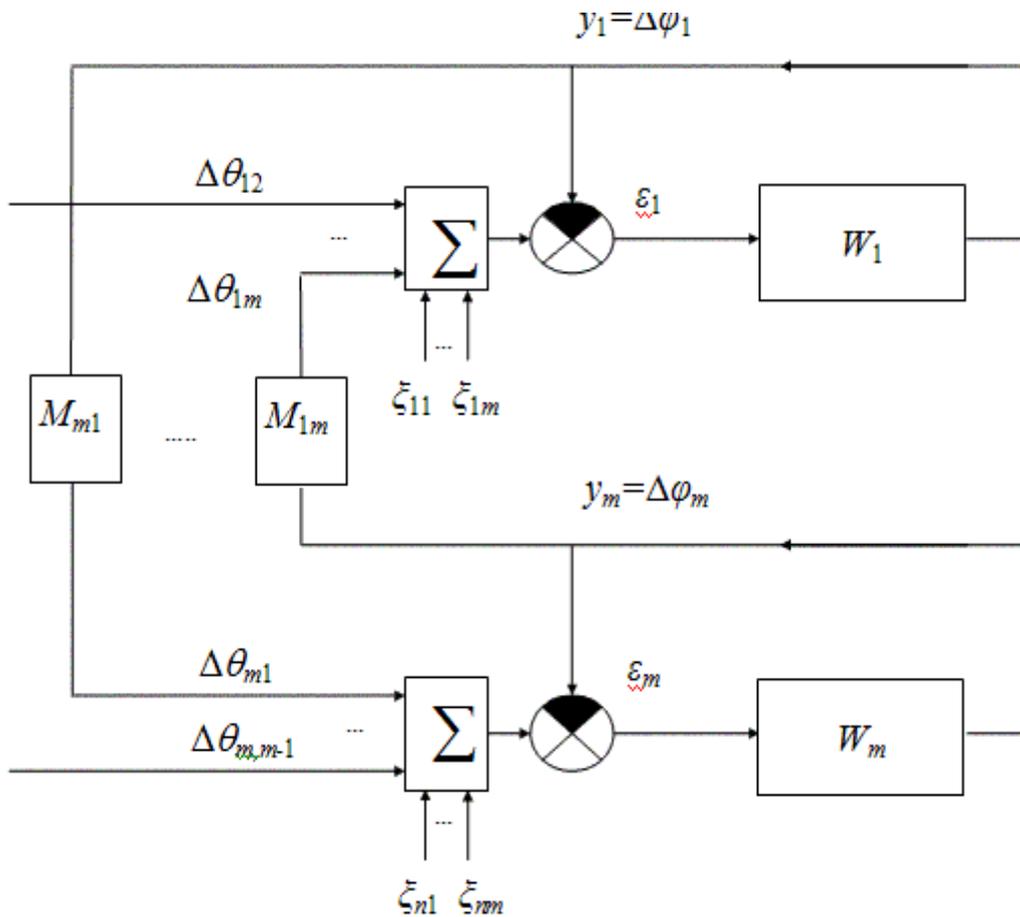


Рис. 3.36. Структурная схема МССС

Так, система операторных уравнений для МССС с фазовым дискриминатором первой разновидности (рис. 3.36) имеет вид (для упрощения записи уравнений оператор "p" опущен):

$$y_1 = \left( \sum_{i=2}^m a_{1i} M_{1i} y_i + \sum_{i=2}^m a_{1i} \xi_{1i} \right) \frac{W_1}{1 + W_1},$$

$$y_2 = \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^m a_{2i} M_{2i} y_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^m a_{2i} \xi_{2i} \right) \frac{W_2}{1 + W_2},$$

.....

$$y_m = \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{m-1} a_{mi} M_{mi} y_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{m-1} a_{mi} \xi_{mi} \right) \frac{W_m}{1 + W_m},$$

где  $y_i$  - регулируемая координата (фаза генератора);

$M_{ji}$  - передаточная функция  $j$ -го канала объекта регулирования (передаточная функция канала связи);

$\xi_{ji}$  - возмущающее воздействие (случайный сигнал);

$a_{ji}$  - весовой коэффициент;

$W_i$  - передаточная функция разомкнутого контура управления;

$\frac{W_i}{1+W_i} = W_{3i}$  - передаточная функция замкнутого контура управления;

$m$  - количество узлов в сети синхронизации.

Относительно сигнала ошибки система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \left( \sum_{i=2}^m a_{1i} M_{1i} y_i + \sum_{i=2}^m a_{1i} \xi_{1i} \right) \frac{1}{1+W_1}, \\ \varepsilon_2 &= \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^m a_{2i} M_{2i} y_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^m a_{2i} \xi_{2i} \right) \frac{1}{1+W_2}, \\ &\dots \\ \varepsilon_m &= \left( \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{m-1} a_{mi} M_{mi} y_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{m-1} a_{mi} \xi_{mi} \right) \frac{1}{1+W_m}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Для МССС с фазовым дискриминатором второй разновидности передаточная функция замкнутого контура ФАПЧ будет иметь такой же вид.

Систему уравнений (3.51) можно записать в матричном виде [18]:

$$\bar{y} = W_3(M\bar{y} + \xi \bar{1}). \quad (3.53)$$

Относительно выходных координат имеет место уравнение:

$$\bar{y} = \frac{W_3}{E - W_3 M} \xi \bar{1}, \quad (3.54)$$

где  $M$  - матрица внешних перекрестных связей. Для полносвязной системы:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & M_{12} & M_{13} & \dots & M_{1m} \\ M_{21} & 0 & M_{23} & \dots & M_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{m1} & M_{m2} & M_{m3} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$\bar{y}$  - вектор выходных переменных МССС

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m \end{bmatrix},$$

$W_3$  - матрица передаточных функций замкнутых контуров управления ФАПЧ

$$W_3 = \begin{bmatrix} a_1 \frac{W_1}{1+W_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 \frac{W_2}{1+W_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_m \frac{W_m}{1+W_m} \end{bmatrix},$$

$\xi$  - матрица возмущений

$$\xi = \begin{bmatrix} 0 & \xi_{12} & \xi_{13} & \dots & \xi_{1m} \\ \xi_{21} & 0 & \xi_{23} & \dots & \xi_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \xi_{m1} & \xi_{m2} & \xi_{m3} & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$E$  - единичная матрица.

Аналогично система уравнений (3.52) примет вид:

$$\bar{\varepsilon} = W'_3(M\bar{y} + \xi\bar{1}), \quad (3.55)$$

где

$$W'_3 = \begin{bmatrix} \frac{a}{1+W_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{a}{1+W_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{a}{1+W_m} \end{bmatrix}.$$

Если учесть, что

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \varepsilon_1 \\ W_2 \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ W_m \varepsilon_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & W_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_m \end{bmatrix}$$

или в свернутом виде  $\bar{y} = W\bar{\varepsilon}$ , то решая (3.55) относительно  $\bar{\varepsilon}$ , получаем:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{W'_3}{E - W'_3 M W} \xi \bar{1}. \quad (3.56)$$

Уравнения, полученные выше, соответствуют описанию МССС в общем виде. Каждый конкретный случай характеризуется определенной топологией сети, особенностью устройств тактовой синхронизации узлов коммутации, характеристиками каналов связи, фазовыми возмущениями и т. д.

Найденные выражения (3.54), (3.56) представлены в операторном виде.

Определения оригиналов является весьма сложной и не всегда разрешимой задачей, поэтому целесообразен переход к более эффективным методам исследования.

#### 4. МЕТОДЫ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Под *цифровым моделированием устройства* понимают получение алгоритмов, позволяющих с помощью ЭВМ точно или с допустимой погрешностью найти реакцию звена произвольной структуры на произвольное входное воздействие. Эти алгоритмы называют *цифровыми моделями* звеньев [16].

Следует отметить основные достоинства метода цифрового моделирования, отличающие его от других методов. *Универсальность* метода заключается в возможности получения цифровых моделей звеньев любой сложности и нахождения реакций этих звеньев на произвольные входные воздействия. *Сопрягаемость* рассматриваемого метода подразумевает возможность объединения цифровых моделей различных звеньев в рамках одной цифровой модели сложной системы. Это свойство имеет особенно важное значение при моделировании таких сложных систем, как сети синхронизации, представляющие собой многосвязные системы автоматического управления. С помощью метода цифрового моделирования процессы могут *контролироваться* в произвольном месте моделируемой системы. Это качество

незаменимо для проектировщиков, перед которыми поставлена задача проектирования отдельных устройств или сложных систем. Наряду с задачей анализа, например, задачей нахождения реакции звена произвольной структуры на произвольное входное воздействие, метод цифрового моделирования позволяет решать задачу синтеза, например задачу параметрической оптимизации. Применение бескорневого метода перехода от изображения к оригиналу снимает необходимость нахождения полюсов операторной передаточной функции моделируемого звена и существенно сокращает объем работ при применении метода цифрового моделирования.

#### 4.1. Цифровая модель линейной системы

Для получения цифровой модели линейного звена необходим переход от обычного преобразования Лапласа (L-преобразования) к Z-преобразованию. Для этого необходимо и достаточно найти линейное соответствие между аргументом обычного преобразования Лапласа "p" и аргументом дискретного преобразования Лапласа "z".

Используя соотношение

$$z = e^{pT}, \quad (4.1)$$

искомую зависимость можно записать в виде:

$$p = \frac{1}{T} \ln z = \frac{1}{T} \ln e^{pT}. \quad (4.2)$$

При разложении функции  $\ln e^{pT}$  в ряд получаем:

$$\ln e^{pT} = 2(V + \frac{1}{3}V^3 + \frac{1}{5}V^5 + \dots + \frac{1}{2n-1}V^{2n-1} + \dots), \quad (4.3)$$

где  $V = \frac{1 - e^{-pT}}{1 + e^{-pT}}$  или, используя  $z = e^{pT}$ ,  $V = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$ .

Исходя из (4.2) и (4.3), определим выражение для  $p^{-1}$ :

$$\frac{1}{p} = \frac{T}{\ln e^{pT}} = \frac{T}{2} \frac{1}{(V + \frac{1}{3}V^3 + \frac{1}{5}V^5 + \dots)} = \frac{T}{2} (V^{-1} - \frac{1}{3}V - \frac{4}{45}V^3 - \frac{44}{945}V^5 - \dots). \quad (4.4)$$

Учитывая быструю сходимость ряда (4.4), членами с положительными степенями  $V$  можно пренебречь, в этом случае выражение для  $p^{-1}$  переписывается в следующем виде:

$$p^{-1} \approx \frac{T}{2} V^{-1} = \frac{T}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}. \quad (4.5)$$

Рассмотрим два метода перехода к Z-преобразованию: билинейный метод, традиционно используемый в теории цифровой фильтрации, и метод Боксера-Таллера, использованный при цифровом моделировании.

В идеологию билинейного метода перехода заложено получение выражений для высоких степеней  $p^{-k}$  путем возведения базового выражения для  $p^{-1}$  (4.5) в нужную степень. Выражения для выполнения перехода по билинейному методу приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

$p^{-k}$	$F_k(z^{-1})$
$p^{-1}$	$\frac{T}{2} \left( \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) = \frac{T}{2} V^{-1}$
$p^{-2}$	$\left( \frac{T}{2} \left( \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) \right)^2 = \left( \frac{T}{2} \right)^2 V^{-2}$
$p^{-3}$	$\left( \frac{T}{2} \left( \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) \right)^3 = \left( \frac{T}{2} \right)^3 V^{-3}$

В методе Боксера-Таллера, впервые представленном в [19], определение более высоких степеней  $p^{-1}$  производится путем возведения в нужную степень выражения, содержащего ряд (4.4), а не выражение для  $p^{-1}$  (4.5), как это выполнено при билинейном методе перехода. Далее, с учетом свойства быстрой сходимости ряда, путем пренебрежения членами ряда с положительными степенями  $V$ , получены основные выражения  $p^{-k}$ , приведенные в табл. 4.2.

При исследовании возможностей различных методов для определения наиболее точного метода перехода от обычного к дискретному преобразованию Лапласа предпочтение отдано методу Боксера-Таллера. Для подтверждения приведенных другими авторами результатов были проведены расчеты в целях сравнения различных методов перехода. В качестве методов для проведения сравнения выбраны билинейный метод и метод Боксера-Таллера [20].

Качественные отличия двух методов наглядно видны из базовых выражений, приведенных в табл. 4.1 и 4.2. Эти отличия объясняются разницей в алгоритмах получения основных соотношений, исходя из базового выражения (4.4), одинакового для обоих методов. Соотношения для высоких степеней  $p^{-1}$ , полученные по билинейному методу, содержат только одно слагаемое,

содержащее переменную  $V^{-1}$  в степени, равной искомой степени  $p^{-1}$  (см. табл. 4.1). Соответствующие выражения, полученные по методу Боксера-Таллера (см. табл. 4.2), имеют более чем одно слагаемое, первое из которых равно соответствующему выражению, полученному по билинейному методу. Основное отличие двух алгоритмов заключается в том, что по билинейному методу выражения получены путем возведения базового соотношения (4.5) в необходимую степень, в то время как по методу Боксера-Таллера в нужную степень возводится выражение (4.4) с последующим удержанием главной части ряда.

Таблица 4.2

$p^0$	$\left(\frac{T}{2}\right)^0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	$V^{-9}$
$p^{-1}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^1$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	$V^{-8}$
$p^{-2}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^2$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	$-\frac{2}{3}$	$V^{-7}$
$p^{-3}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^3$	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$V^{-6}$
$p^{-4}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^4$	0	0	0	0	1	0	$-\frac{4}{3}$	0	0	$\frac{14}{45}$	$V^{-5}$
$p^{-5}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^5$	0	0	0	0	1	0	$-\frac{5}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	0	$V^{-4}$
$p^{-6}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^6$	0	0	0	1	0	2	0	$\frac{51}{45}$	0	$-\frac{144}{945}$	$V^{-3}$
$p^{-7}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^7$	0	0	1	0	$-\frac{7}{3}$	0	$\frac{75}{45}$	0	$-\frac{377}{945}$	0	$V^{-2}$
$p^{-8}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^8$	0	1	0	$-\frac{8}{3}$	0	$\frac{108}{45}$	0	$-\frac{744}{945}$	0	$\frac{1978}{14175}$	$V^{-1}$
$p^{-9}$	$\left(\frac{T}{2}\right)^9$	1	0	-3	0	$\frac{144}{45}$	0	$-\frac{1320}{945}$	0	$\frac{4006}{14175}$	0	$V^0$

Оценка точности рассматриваемых методов перехода проведена путем сравнения результатов расчетов процессов в линейных системах, выполненных с использованием различных методов, с результатами расчетов по точным формулам [20]. Сравнение результатов расчетов подтвердило высокую точность метода Боксера-Таллера.

#### 4.1.1. Цифровая модель линейного звена

Рассмотрим случай, когда имеется линейное одномерное звено произвольной сложности.

Как известно [15], одномерное звено содержит один вход и один выход, причем его можно описать уравнением "Вход-Выход"

$$Y(p) = X(p)W(p), \quad (4.6)$$

где  $Y(p)$  - изображение выходной переменной;  $X(p)$  - изображение входной переменной;  $W(p)$  - операторная передаточная функция линейного звена.

Представим уравнение (4.6) в развернутом виде

$$X(p) = X(p) \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_l p^l}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_l p^l} = X(p) \frac{a_l + a_{l-1} p^{-1} + \dots + a_0 p^{-l}}{b_l + b_{l-1} p^{-1} + \dots + b_0 p^{-l}}. \quad (4.7)$$

Заменяя  $p^{-1}$ ,  $p^{-2}$  ...  $p^{-l}$  их значениями через "z" (табл. 4.2), получим приближенное выражение

$$Y(p) \approx X(p)W(z) = X(p) \frac{A_l + A_{l-1} z^{-1} + \dots + A_0 z^{-l}}{B_l + B_{l-1} z^{-1} + \dots + B_0 z^{-l}}. \quad (4.8)$$

Умножив левую и правую части (4.8) на полином знаменателя, получаем

$$\begin{aligned} B_l Y(p) + B_{l-1} Y(p) z^{-1} + \dots + B_0 Y(p) z^{-l} \approx \\ A_l X(p) + A_{l-1} X(p) z^{-1} + \dots + A_0 X(p) z^{-l}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Далее, почленно находим функции дискретного времени (оригиналы) для слагаемых левой и правой частей (4.9)

$$\begin{array}{ll} B_l Y(p) \rightarrow B_l y[nT], & A_l X(p) \rightarrow A_l x[nT], \\ B_{l-1} Y(p) z^{-1} \rightarrow B_{l-1} y[nT - T], & A_{l-1} X(p) z^{-1} \rightarrow A_{l-1} x[nT - T], \\ \dots & \dots \\ B_0 Y(p) z^{-l} \rightarrow B_0 y[nT - lT] . & A_0 X(p) z^{-l} \rightarrow A_0 x[nT - lT] . \end{array}$$

Учитывая найденные соответствия и (4.9), получаем

$$\begin{aligned} B_l y[nT] + B_{l-1} y[nT - T] + \dots + B_0 y[nT - lT] = \\ = A_l x[nT] + A_{l-1} x[nT - T] + \dots + A_0 x[nT - lT] . \end{aligned} \quad (4.10)$$

Решая (4.10) относительно  $y[nT]$  и осуществив свертку, находим рекурсивное уравнение (цифровую модель)

$$y[nT] = \frac{1}{B_l} \left\{ \sum_{v=0}^l A_{l-v} x[nT - vT] - \sum_{v=1}^l B_{l-v} y[nT - vT] \right\}. \quad (4.11)$$

Расчет по рекурсивному уравнению начинается с  $n = 0$ , причем в счете участвуют лишь члены, у которых положительный аргумент входной-выходной функции, т. е. когда  $n - \nu \geq 0$ .

В общем случае объект моделирования является сложной системой, простая подстановка базовых выражений (табл. 4.2) превратилась в трудоемкую процедуру, что послужило толчком к поиску формализованных способов перехода от L-преобразования к Z-преобразованию.

#### 4.1.2. Матрицы перехода от L-преобразования к Z-преобразованию

В процессе исследований [16] был разработан формализованный метод перехода от обычного к дискретному преобразованию Лапласа. Результатом конечной формализации явились матрицы перехода от L-преобразования к Z-преобразованию и машинные программы.

Например, для цифрового моделирования, где матрицы нашли широкое применение при получении коэффициентов  $A_i$ ,  $B_i$  цифровых моделей звеньев различной структуры, алгоритм сводится к операции перемножения матрицы и вектора коэффициентов операторной передаточной функции моделируемого звена.

Рассмотрим порядок получения матриц перехода.

Пусть знаменатель передаточной функции представляет собой полиномы четвертой степени:

$$W(p) = \frac{a_0 p^{-4} + a_1 p^{-3} + a_2 p^{-2} + a_3 p^{-1} + a_4}{b_0 p^{-4} + b_1 p^{-3} + b_2 p^{-2} + b_3 p^{-1} + b_4}. \quad (4.12)$$

Выводы будут справедливы и для общего случая, т. е. когда степень полинома знаменателя произвольная.

Если подставить в (4.12) вместо  $p^{-4}, p^{-3}, p^{-2}, p^{-1}$  их выражения из (табл.4.2), то после группирования коэффициентов получаем:

$$W^*(p) = \frac{F_0 V^{-4} + F_1 V^{-3} + F_2 V^{-2} + F_3 V^{-1} + F_4}{G_0 V^{-4} + G_1 V^{-3} + G_2 V^{-2} + G_3 V^{-1} + G_4}. \quad (4.13)$$

Вместо непосредственной подстановки соответствующих выражений и последующих алгебраических преобразований, необходимых для определения коэффициентов  $F_i$  и  $G_i$ , можно поступить иначе.

Для линейного звена с операторной передаточной функцией четвертого порядка на основании матрицы табл. 4.2 получаем

$p^0$
$p^{-1}$
$p^{-2}$
$p^{-3}$
$p^{-4}$

 $=$ 

$\left(\frac{T}{2}\right)^0$	0	0	0	0	1
$\left(\frac{T}{2}\right)^1$	0	0	0	1	0
$\left(\frac{T}{2}\right)^2$	0	0	1	0	$-\frac{2}{3}$
$\left(\frac{T}{2}\right)^3$	0	1	0	-1	0
$\left(\frac{T}{2}\right)^4$	1	0	$-\frac{4}{3}$	0	$-\frac{14}{45}$

 $\times$ 

$V^{-4}$
$V^{-3}$
$V^{-2}$
$V^{-1}$
$V^0$

 $=$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{T}{2}V^{-1} \\ \left(\frac{T}{2}\right)^2\left(V^{-2} - \frac{2}{3}\right) \\ \left(\frac{T}{2}\right)^3\left(V^{-3} - V^{-1}\right) \\ \left(\frac{T}{2}\right)^4\left(V^{-4} - \frac{4}{3}V^{-2} + \frac{14}{45}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Далее представим

$$a_0p^{-4} + a_1p^{-3} + a_2p^{-2} + a_3p^{-1} + a_4p^0 = [a_0a_1a_2a_3a_4] \begin{bmatrix} p^{-4} \\ p^{-3} \\ p^{-2} \\ p^{-1} \\ p^0 \end{bmatrix} =$$

$$= [a_0a_1a_2a_3a_4] \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{2}\right)^4\left(V^{-4} - \frac{4}{3}V^{-2} + \frac{14}{45}\right) \\ \left(\frac{T}{2}\right)^3\left(V^{-3} - V^{-1}\right) \\ \left(\frac{T}{2}\right)^2\left(V^{-2} - \frac{2}{3}\right) \\ \frac{T}{2}V^{-1} \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= a_0 \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^4 \left( V^{-4} - \frac{4}{3} V^{-2} + \frac{14}{45} \right) \right] + a_1 \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^3 \left( V^{-3} - V^{-1} \right) \right] + \\
&\quad + a_2 \left[ \left( \frac{T}{2} \right)^2 \left( V^{-2} - \frac{2}{3} \right) \right] + a_3 \frac{T}{2} V^{-1} + a_4 = \\
&\quad = F_0 V^{-4} + F_1 V^{-3} + F_2 V^{-2} + F_3 V^{-1} + F_4, \tag{4.15}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \left( \frac{T}{2} \right)^4 a_0 \\ \left( \frac{T}{2} \right)^3 a_1 \\ -\frac{4}{3} \left( \frac{T}{2} \right)^4 a_0 + \left( \frac{T}{2} \right)^2 a_2 \\ -\left( \frac{T}{2} \right)^3 a_1 + \left( \frac{T}{2} \right) a_3 \\ \frac{14}{45} \left( \frac{T}{2} \right)^4 a_0 - \frac{2}{3} \left( \frac{T}{2} \right)^2 a_2 + a_4 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ 0 & 1 & & & \\ -\frac{4}{3} & 0 & 1 & & \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \\ \frac{14}{45} & 0 & -\frac{2}{3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \left( \frac{T}{2} \right)^4 a_0 \\ \left( \frac{T}{2} \right)^3 a_1 \\ \left( \frac{T}{2} \right)^2 a_2 \\ \frac{T}{2} a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_4 \vec{a}_4. \tag{4.16}
\end{aligned}$$

Аналогично, коэффициенты знаменателя (4.13) будут иметь вид

$$\vec{G} = \mathbf{R}_4 \vec{b}_4, \tag{4.17}$$

где  $\vec{b}_4$  - вектор коэффициентов знаменателя передаточной функции (4.12).

Для расчетов по рекурсивному уравнению (4.11) необходимо иметь коэффициенты при  $z^{-k}$  передаточной функции (4.8), которые могут быть найдены в результате подстановки в (4.13):

$$V^{-1} = M / N = (1 + z^{-1}) / (1 - z^{-1}). \tag{4.18}$$

Тогда,

$$W^*(p) = \frac{F_0M^4 + F_1M^3N + F_2M^2N^2 + F_3MN^3 + F_4N^4}{G_0M^4 + G_1M^3N + G_2M^2N^2 + G_3MN^3 + G_4N^4} = \frac{A_4 + A_3z^{-1} + A_2z^{-2} + A_1z^{-3} + A_0z^{-4}}{B_4 + B_3z^{-1} + B_2z^{-2} + B_1z^{-3} + B_0z^{-4}}, \quad (4.19)$$

где

$$\begin{aligned} M^4 &= 1 + 4z^{-1} + 6z^{-2} + 4z^{-3} + z^{-4} \\ M^3N &= 1 + 2z^{-1} - 2z^{-3} - z^{-4} \\ M^2N^2 &= 1 - 2z^{-2} + z^{-4} \\ MN^3 &= 1 - 2z^{-1} + 2z^{-3} - z^{-4} \\ N^4 &= 1 - 4z^{-1} + 6z^{-2} - 4z^{-3} + z^{-4} \end{aligned}$$

Определим выражение для числителя передаточной функции  $W^*(p)$ :

$$\begin{aligned} &F_0M^4 + F_1M^3N + F_2M^2N^2 + F_3MN^3 + F_4N^4 = \\ &= F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + \\ &+ (4F_0 + 2F_1 - 2F_3 - 4F_4)z^{-1} + \\ &+ (6F_0 - 2F_2 + 6F_4)z^{-2} + \\ &+ (4F_0 - 2F_1 + 2F_3 - 4F_4)z^{-3} + \\ &+ (F_0 - F_1 + F_2 - F_3 + F_4)z^{-4}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} A_4 &= F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \\ A_3 &= 4F_0 + 2F_1 - 2F_3 - 4F_4, \\ A_2 &= 6F_0 - 2F_2 + 6F_4, \\ A_1 &= 4F_0 - 2F_1 + 2F_3 - 4F_4, \\ A_0 &= F_0 - F_1 + F_2 - F_3 + F_4, \\ B_4 &= G_0 + G_1 + G_2 + G_3 + G_4, \\ B_3 &= 4G_0 + 2G_1 - 2G_3 - 4G_4, \\ B_2 &= 6G_0 - 2G_2 + 6G_4, \\ B_1 &= 4G_0 - 2G_1 + 2G_3 - 4G_4, \\ B_0 &= G_0 - G_1 + G_2 - G_3 + G_4. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Выражения для  $B_i$  написаны по аналогии, так как знаменатель  $W^*(p)$  имеет такой же вид, как и числитель.

Соотношение (4.21) можно представить в виде произведения матриц

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{C}_4 \mathbf{F}_4, \quad \mathbf{B}_4 = \mathbf{C}_4 \mathbf{G}_4, \quad (4.22)$$

где  $\mathbf{C}_4$  – матрица, составленная из коэффициентов при  $F_i$  или  $G_i$  выражений (4.21),

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 & 2 & -4 \\ 6 & 0 & -2 & 0 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Аналогично находятся матрицы  $\mathbf{C}_k$  для выражений, передаточные функции которых имеют знаменатели в виде полиномов различной степени:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 & -2 & -4 \\ 6 & 0 & -2 & 0 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Так как  $\mathbf{A}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{F}_k$ , а  $\mathbf{F}_k = \mathbf{R}_k \vec{\mathbf{a}}_k$ , то  $\mathbf{A}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{R}_k \vec{\mathbf{a}}_k$ .

При соответствующем  $k$  независимо от вида анализируемой системы элементы матриц  $\mathbf{C}_k$  и  $\mathbf{R}_k$  не меняются. Будут меняться лишь элементы векторов  $\vec{\mathbf{a}}_k$  ( $\vec{\mathbf{b}}_k$ ). Поэтому имеет смысл ввести новые матрицы  $\mathbf{S}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{R}_k$ .

Тогда  $\mathbf{A}_k = \mathbf{S}_k \vec{\mathbf{a}}_k$ ,  $\mathbf{B}_k = \mathbf{S}_k \vec{\mathbf{b}}_k$ . (4.24)

Ниже приведены матрицы  $\mathbf{S}_k$ , элементы которых найдены в результате перемножения матриц  $\mathbf{C}_k$  и  $\mathbf{R}_k$ .

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; & \mathbf{S}_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix}; \\
\mathbf{S}_3 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ 4 & -3 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix}; & \mathbf{S}_4 &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{124}{45} & -4 & \frac{8}{3} & 2 & -4 \\ \frac{158}{45} & 0 & -6 & 0 & 6 \\ \frac{15}{124} & 4 & \frac{8}{3} & -2 & -4 \\ \frac{45}{45} & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 \\ -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Введение матрицы  $\mathbf{S}_k$  упрощает нахождение коэффициентов  $A_i$  и  $B_i$  передаточных функций (4.19) и, соответственно, рекурсивного уравнения (4.11).

Так, для определения коэффициентов  $A_i$  достаточно умножить  $i$ -ю строку матрицы  $\mathbf{S}_k$  на вектор  $\bar{\mathbf{a}}_k$ :

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{S}_k \bar{\mathbf{a}}_k = \begin{bmatrix} s_{00} & s_{01} & \dots & s_{0k} \\ s_{10} & s_{11} & \dots & s_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{i0} & s_{i1} & \dots & s_{ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{k0} & s_{k1} & \dots & s_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{T^k}{2^k} a_0 \\ T^{k-1} \frac{a_1}{2^{k-1}} \\ \dots \\ T^{k-i} \frac{a_i}{2^{k-i}} \\ \dots \\ a_k \end{bmatrix}; \quad (4.26)$$

$$A_i = \frac{T^k}{2^k} s_{i0} a_0 + \frac{T^{k-1}}{2^{k-1}} s_{i1} a_1 + \dots + \frac{T}{2} s_{i,k-1} a_{k-1} + s_{ik} a_k. \quad (4.27)$$

Коэффициенты  $B_i$  находятся аналогично.

Таким образом, по данной операторной передаточной функции может быть составлена цифровая модель звена произвольной сложности.

### *Пример использования метода цифрового моделирования*

Не теряя общности, рассмотрим линейное звено с операторной передаточной функцией второго порядка ( $l=2$ ):

$$W(p) = \frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2}.$$

Для получения коэффициентов рекуррентного соотношения на основании (4.25) используем матрицу перехода  $\mathbf{S}_2$ :

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{S}_2 \cdot \bar{\mathbf{a}}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{2}\right)^2 \cdot a_0 \\ \frac{T}{2} \cdot a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}.$$

Аналогично находятся коэффициенты  $B_i$

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{S}_2 \cdot \bar{\mathbf{b}}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{2}\right)^2 \cdot b_0 \\ \frac{T}{2} \cdot b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}.$$

Подставив значения полученных коэффициентов в (4.11), находим цифровую модель рассматриваемого звена в виде:

$$y[nT] = \frac{1}{B_2} \left\{ \sum_{v=0}^2 A_{2-v} x[nT - v \cdot T] - \sum_{v=1}^2 B_{2-v} y[nT - vT] \right\}.$$

С помощью этого выражения может быть найдена реакция данного звена на произвольное входное воздействие.

## 4.2. Моделирование устройств синхронизации

Как было показано в разд. 3, для нахождения элементов вектора выходных переменных  $\Delta\vec{\varphi}[n]$  выражения (3.16) необходимо задаться конкретной структурой устройства синхронизации.

В качестве устройств синхронизации применяют фазовые автоподстройки частоты (ФАПЧ), основными элементами которых являются фазовый дискриминатор (ФД), петлевой фильтр (ФНЧ) и подстраиваемый генератор (ПГ). Различают две разновидности ФАПЧ, отличающиеся расположением ЗГ в контуре управления: ФАПЧ с непосредственным воздействием на ЗГ и ФАПЧ с вынесенным ЗГ (рис. 4.1).

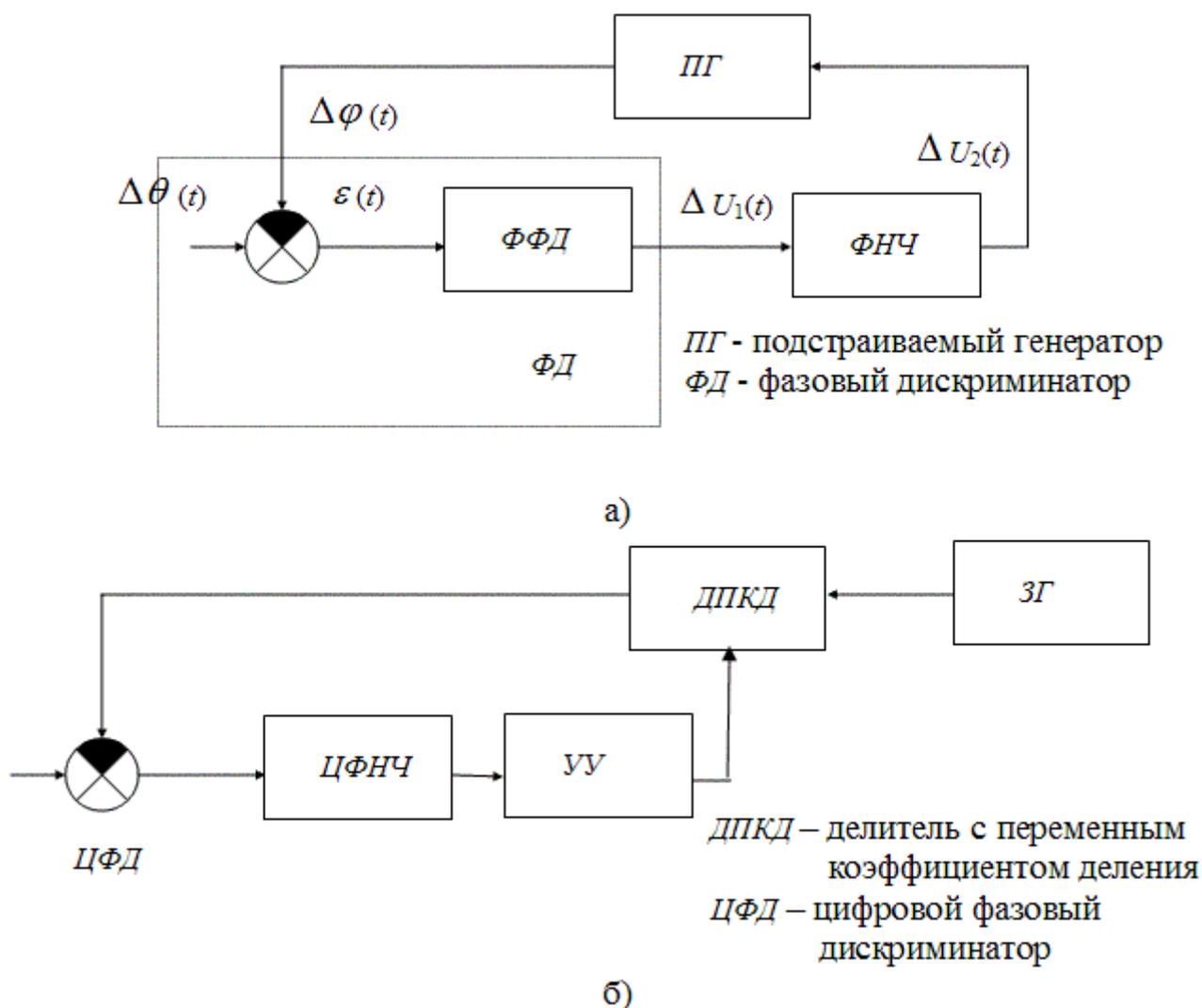


Рис. 4.1. Структурные схемы ФАПЧ  
а) с непосредственным воздействием на ЗГ,  
б) с вынесенным ЗГ

На практике в системах синхронизации наибольшее распространение получили ФАПЧ с вынесенным ЗГ. Отличительной особенностью этой разновидности ФАПЧ является возможность работы в режиме удержания синхронизма (holdover mode), который наступает при потере входного управляющего синхросигнала.

К фазовым автоподстройкам второго вида относится схема с делителем с переменным коэффициентом деления частоты (ДПКД). Принципиальным в работе этой схемы является выбор коэффициента деления частоты. Обозначив частоту на выходе ДПКД через  $f_{зГ}$ , частоту опорного генератора запишем как  $f_{зГ} = k \cdot f_p$ . Переменный коэффициент деления частоты  $k_{>}$  представлен в виде:

$$k_{>} = k + m \cdot \Delta k,$$

где  $k$  - опорный коэффициент деления частоты ДПКД,

$\Delta k$  - шаг изменения коэффициента деления частоты,

$m$  - число шагов,  $m = 0, 1, 2, \dots$

Можно показать, что при больших значениях опорного коэффициента деления  $k$  и малом шаге изменения коэффициента деления частоты  $\Delta k$  характеристика управления ПГ (ДПКД) близка к линейной. В этом случае для моделирования может быть использована модель, описывающая ФАПЧ с непосредственным воздействием на ЗГ. Разрабатываемая далее модель будет справедлива для двух разновидностей ФАПЧ.

На ФАПЧ воздействует входной сигнал  $\Delta\theta[nT]$ . Выходной переменной ФАПЧ является сигнал с выхода ПГ -  $\Delta\varphi[nT]$ .

Предполагается, что звенья ФАПЧ обладают свойством направленности и характеризуются операторными передаточными функциями (3.3), (3.5), (3.11):

фильтра фазового дискриминатора (ФФД)

$$W_{\text{ФФД}}(p) = \frac{a_0 + a_1 \cdot p}{b_0 + b_1 \cdot p} = \frac{1}{1 + T_1}, \quad (4.28)$$

где

$$a = 1, \quad a_1 = 0, \quad b_0 = 1, \quad b_1 = R \cdot C;$$

пропорционально-интегрирующего фильтра второго порядка (ФНЧ)

$$W_{\text{ФНЧ}}(p) = \frac{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2}, \quad (4.29)$$

где

$$a_0 = 1, \quad a_1 = R_2 \cdot C_2, \quad a_2 = 0,$$

$$b_0 = 1, \quad b_1 = R_1 \cdot (C_1 + C_2) + R_2 C_2, \quad b_2 = R_1 R_2 C_1 C_2;$$

подстраиваемого генератора (ПГ) с линейной характеристикой управления по частоте:

$$W_{\text{ПГ}}(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{\Delta U_2(p)} = \frac{a_0 + a_1 \cdot p}{b_0 + b_1 \cdot p}, \quad W_{\text{ПГ}}(p) = \frac{k_{\text{ПГ}}}{p}, \quad (4.30)$$

где

$$a_0 = k_{\text{ПГ}}, \quad a_1 = 0, \quad b_0 = 0, \quad b_1 = 1.$$

Имея операторные передаточные функции отдельных звеньев, можно получить рекурсивные уравнения соответствующих звеньев и составить три цифровые модели ФАПЧ.

#### 4.2.1. Цифровые модели ФАПЧ

Модели первого и второго вида состоят из уравнения замыкания:

$$\varepsilon[nT] = \Delta\theta[nT] - \Delta\varphi[nT] \quad (4.31)$$

и уравнения "Вход-Выход".

В модели первого вида уравнение "Вход-Выход" представлено тремя рекурсивными уравнениями:  
фильтра фазового дискриминатора

$$\Delta U_1[nT] = \frac{1}{B_1} \left\{ \sum_{v=0}^1 A_{1-v} \varepsilon[nT - vT] - B_0 \Delta U_1[nT - T] \right\}, \quad (4.32)$$

фильтра нижних частот (пропорционально-интегрирующего фильтра)

$$\Delta U_2[nT] = \frac{1}{B_2} \left\{ \sum_{v=0}^2 A'_{2-v} \Delta U_1[nT - vT] - \sum_{v=1}^2 B'_{2-v} \Delta U_2[nT - vT] \right\} \quad (4.33)$$

и подстраиваемого генератора

$$\Delta\varphi[nT] = \frac{1}{B_1''} \left\{ \sum_{v=0}^1 A''_{1-v} \Delta U_2[nT - vT] - B_0'' \Delta\varphi[nT - T] \right\}. \quad (4.34)$$

Модель второго вида состоит из уравнения замыкания (4.31) и одного рекурсивного уравнения "Вход-Выход". Рекурсивное уравнение написано с использованием операторной передаточной функции трех последовательно соединенных звеньев контура управления ФАПЧ:

$$\Delta\varphi[nT] = \frac{1}{B_2'''} \left\{ \sum_{\nu=0}^4 A_{4-\nu}''' \varepsilon[nT - \nu T] - \sum_{\nu=1}^4 B_{4-\nu}''' \Delta\varphi[nT - \nu T] \right\}. \quad (4.35)$$

Модель третьего вида получена на основе операторных уравнений замкнутой ФАПЧ:

относительно сигнала на выходе ФАПЧ

$$\Delta\varphi[nT] = \frac{1}{B_4^*} \left\{ \sum_{\nu=0}^4 A_{4-\nu}^* \Delta\theta[nT - \nu T] - \sum_{\nu=1}^4 B_{4-\nu}^* \Delta\varphi[nT - \nu T] \right\} \quad (4.36)$$

и относительно фазовой ошибки

$$\varepsilon[nT] = \frac{1}{B_4^\circ} \left\{ \sum_{\nu=0}^4 A_{4-\nu}^\circ \Delta\theta[nT - \nu T] - \sum_{\nu=1}^4 B_{4-\nu}^\circ \varepsilon[nT - \nu T] \right\}. \quad (4.37)$$

В модели первого вида коэффициенты рекурсивных уравнений  $A_i$  и  $B_i$  найдены по операторным передаточным функциям (4.28) – (4.30), при использовании соотношения (4.26).

Для рекурсивных уравнений фильтра фазового дискриминатора и ГТЧ:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{S}_1 \cdot \bar{\mathbf{a}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{T}{2} \cdot a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \end{bmatrix}, \quad A_0 = \frac{T}{2} a_0 - a_1, \quad A_1 = \frac{T}{2} a_0 + a_1, \quad (4.38)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{S}_1 \cdot \bar{\mathbf{b}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{T}{2} \cdot b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \frac{T}{2} b_0 - b_1, \quad B_1 = \frac{T}{2} b_0 + b_1.$$

Используя выражения (4.28), (4.30), получим:

для ФФД

$$A_0 = A_1 = \frac{T}{2}, \quad B_0 = \frac{T}{2} - T_1, \quad B_1 = \frac{T}{2} + T_1, \quad T_1 = R \cdot C; \quad (4.39)$$

для ПГ

$$A_0'' = A_1'' = \frac{T}{2} \cdot k_{\text{ПГ}}, \quad B_0'' = -1, \quad B_1'' = 1. \quad (4.40)$$

Для определения коэффициентов рекурсивного уравнения пропорционально-интегрирующего фильтра второго порядка использованы матрицы коэффициентов:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_2 = \mathbf{S}_2 \cdot \bar{\mathbf{a}}_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{2}\right)^2 \cdot a_0 \\ \frac{T}{2} \cdot a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{B}_2 = \mathbf{S}_2 \cdot \bar{\mathbf{b}}_2 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{T}{2}\right)^2 \cdot b_0 \\ \frac{T}{2} \cdot b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.41}$$

#### 4.2.2. Переход от абсолютного к относительному дискретному времени при цифровом моделировании

Для удобства исследований на ЭВМ осуществлен переход от абсолютного дискретного времени  $nT=0, T, 2T, 3T, \dots$  к относительному дискретному времени  $n=0, 1, 2, 3, \dots$ . Для этого необходимо в рекурсивных уравнениях произвести некоторые преобразования. Проиллюстрируем сказанное на примере рекурсивного уравнения пропорционально-интегрирующего фильтра (4.33).

Если в выражениях матриц коэффициентов (4.41) вынести  $T^2$  (4.42)

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_2 = \mathbf{S}_2 \cdot \bar{\mathbf{a}}_2 &= T^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \cdot a_0 \\ \frac{T^{-1}}{2} \cdot a_1 \\ T^{-2} \cdot a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{B}_2 = \mathbf{S}_2 \cdot \bar{\mathbf{b}}_2 &= T^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{10}{3} & 0 & -2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \cdot b_0 \\ \frac{T^{-1}}{2} \cdot b_1 \\ T^{-2} \cdot b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

и учесть, что

$$a_1 = R_2 C_2, \quad b_1 = R_2 C_2 + R_1 (C_1 + C_2), \quad b_2 = R_1 R_2 C_1 C_2,$$

то после деления на  $T$  и  $T^2$  элементы векторов  $\bar{\mathbf{a}}$  и  $\bar{\mathbf{b}}$  и коэффициенты  $\bar{A}'_i, \bar{B}'_i$  станут безразмерными. В рекурсивном уравнении (4.33)  $T^2$  выносим за фигурную скобку, и тогда коэффициент  $B'_2$  также становится безразмерным.

$$\frac{T^2}{B'_2} = \frac{1}{\overline{B'_2}}.$$

Выражения (4.31) – (4.34) при переходе к относительно дискретному времени примут вид:

уравнение замыкания

$$\varepsilon[n] = \Delta\theta[n] - \Delta\varphi[n], \quad (4.43)$$

уравнение ФФД

$$\Delta U_1[n] = \frac{1}{B_1} \left\{ \sum_{\nu=0}^1 A_{1-\nu} \varepsilon[n-\nu] - B_0 \Delta U_1[n-1] \right\}, \quad (4.44)$$

уравнение ФНЧ

$$\Delta U_2[n] = \frac{1}{B'_2} \left\{ \sum_{\nu=0}^2 A'_{2-\nu} \Delta U_1[n-\nu] - \sum_{\nu=1}^2 B'_{2-\nu} \Delta U_2[n-\nu] \right\}, \quad (4.45)$$

уравнение ПГ

$$\Delta\varphi[n] = \frac{1}{B_1''} \left\{ \sum_{\nu=0}^1 A''_{1-\nu} \Delta U_2[n-\nu] - B_0'' \Delta\varphi[n-1] \right\}. \quad (4.46)$$

Выражения безразмерных коэффициентов  $A_i, B_i$  рекурсивных уравнений (4.44) – (4.46) в этом случае равны:

для ФФД

$$A_0 = A_1 = 1, \quad B_0 = 1 - 2\eta_1, \quad B_1 = 1 + 2\eta_1, \quad \eta_1 = \frac{T_1}{T}, \quad (4.47)$$

для пропорционально-интегрирующего фильтра

$$\begin{aligned} A'_0 &= \frac{1}{12} - \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \eta_3, \quad A'_1 = \frac{5}{6}, \quad A'_2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{2} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \eta_3, \\ B'_0 &= \frac{1}{12} - \frac{1}{2} \cdot \eta_3 \cdot (1 + k_2 + k_1 \cdot k_2) + \eta_3^2 \cdot k_1 \cdot k_2, \quad B'_1 = \frac{5}{6} - 2\eta_3^2 \cdot k_1 \cdot k_2, \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$B'_2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{2} \cdot \eta_3 \cdot (1 + k_2 + k_1 \cdot k_2) + \eta_3^2 \cdot k_1 \cdot k_2,$$

$$k_1 = \frac{R'_2}{R_1}, \quad k_2 = \frac{C'_2}{C_1}, \quad \eta_3 = \frac{T_3}{T}, \quad T_3 = R'_1 \cdot C'_1,$$

для ПГ

$$A''_0 = A''_1 = \frac{1}{2\eta_4}, \quad B''_0 = -1, \quad B''_1 = 1, \quad \eta_4 = \frac{1}{k_{\text{ПГ}} \cdot T}. \quad (4.49)$$

Цифровая модель второго вида включает уравнение замыкания (4.43) и одно рекурсивное уравнение четвертого порядка:

$$\Delta\varphi[n] = \frac{1}{B_2''''} \left\{ \sum_{\nu=0}^4 A_{4-\nu}'''' \varepsilon[n-\nu] - \sum_{\nu=1}^4 B_{4-\nu}'''' \Delta\varphi[n-\nu] \right\}. \quad (4.50)$$

Матрицы коэффициентов  $A_i$  и  $B_i$  имеют вид:

$$\mathbf{A}_4 = \mathbf{S}_4 \cdot \bar{\mathbf{a}}_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{124}{45} & -4 & \frac{8}{3} & 2 & -4 \\ \frac{158}{15} & 0 & -6 & 0 & 6 \\ \frac{124}{45} & 4 & \frac{8}{3} & -2 & -4 \\ -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}, \quad (4.51)$$

$$\mathbf{B}_4 = \mathbf{S}_4 \cdot \bar{\mathbf{b}}_4.$$

Цифровая модель третьего вида составлена на основе операторных уравнений замкнутой ФАПЧ:  
относительно выходной переменной ФАПЧ

$$\Delta\varphi(p) = \Delta\theta(p) \cdot W_3^*(p), \quad (4.52)$$

и относительно фазовой ошибки

$$\varepsilon(p) = \Delta\theta(p) \cdot W_3^*(p). \quad (4.53)$$

Операторные передаточные функции замкнутой ФАПЧ соответственно равны:  
относительно сигнала на выходе ФАПЧ

$$W_3^*(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{a_0^* + a_1^* \cdot p + \dots + a_4^* \cdot p^4}{b_0^* + b_1^* \cdot p + \dots + b_4^* \cdot p^4}, \quad (4.54)$$

и относительно фазовой ошибки

$$W_{\circ}^{\circ}(p) = \frac{1}{1+W(p)} = \frac{a_0^{\circ} + a_1^{\circ} \cdot p + \dots + a_4^{\circ} \cdot p^4}{b_0^{\circ} + b_1^{\circ} \cdot p + \dots + b_4^{\circ} \cdot p^4}. \quad (4.55)$$

Коэффициенты операторных передаточных функций (4.54), (4.55) равны: относительно сигнала на выходе ФАПЧ

$$\begin{aligned} a_0^* &= \frac{k}{\eta_4}, \quad a_1^* = k \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\eta_3}{\eta_4}, \quad a_2^* = a_3^* = a_4^* = 0, \\ b_0^* &= \frac{k}{\eta_4}, \quad b_1^* = 1 + k \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\eta_3}{\eta_4}, \quad b_2^* = \eta_1 + \eta_3 \cdot (1 + k_2 + k_1 \cdot k_2), \\ b_3^* &= k_1 \cdot k_2 \cdot \eta_3^2 + \eta_1 \cdot \eta_3 \cdot (1 + k_2 + k_1 \cdot k_2), \quad b_4^* = \eta_1 \cdot \eta_3^2 \cdot k_1 \cdot k_2 \end{aligned} \quad (4.56)$$

и относительно фазовой ошибки

$$\begin{aligned} a_0^{\circ} &= 0, \quad a_1^{\circ} = 1, \quad a_2^{\circ} = \eta_1 + \eta_3 \cdot (1 + k_2 + k_1 \cdot k_2), \\ a_3^{\circ} &= k_1 \cdot k_2 \cdot \eta_3^2 + \eta_1 \cdot \eta_3 \cdot (1 + k_2 + k_1 \cdot k_2), \quad a_4^{\circ} = \eta_1 \cdot \eta_3 \cdot k_1 \cdot k_2, \\ b_i^{\circ} &= b_i^*. \end{aligned} \quad (4.57)$$

Модель третьего вида состоит из одного рекурсивного уравнения, которое относительно выходного сигнала ФАПЧ имеет вид:

$$\Delta\varphi[n] = \frac{1}{B_2^*} \left\{ \sum_{\nu=0}^4 A_{4-\nu}^* \cdot \Delta\theta[n-\nu] - \sum_{\nu=1}^4 B_{4-\nu}^* \Delta\varphi[n-\nu] \right\} \quad (4.58)$$

и относительно фазовой ошибки

$$\varepsilon[n] = \frac{1}{B_4^{\circ}} \left\{ \sum_{\nu=0}^4 A_{4-\nu}^{\circ} \cdot \Delta\theta[n-\nu] - \sum_{\nu=1}^4 B_{4-\nu}^{\circ} \varepsilon[n-\nu] \right\}. \quad (4.59)$$

Коэффициенты рекурсивных уравнений (4.58), (4.59) получены из коэффициентов (4.56), (4.57) с использованием матрицы перехода четвертого порядка.

В [37] проведено сравнение рассмотренных моделей и доказаны преимущества модели первого вида. Модель ФАПЧ первого вида требует меньших затрат машинного времени, чем модели ФАПЧ второго и третьего видов. Другим достоинством этой модели является возможность контроля процесса на выходе каждого звена ФАПЧ, что существенно для инженеров-проектировщиков.

### 4.3. Влияние задержек в каналах связи на тактовую сетевую синхронизацию

Как ранее было показано, в зависимости от характера управляющих сигналов, которые обеспечивают синхронизацию, общий класс сетей с передачей сигналов частоты и времени можно разбить на две основные категории, а именно плезиохронные (асинхронные) и синхронные сети. В синхронных сетях все опорные генераторы синхронны по фазе и частоте, тогда как в плезиохронных сетях такого синхронизма не добиваются, но в сети имеются, как правило, очень точные опорные генераторы с чрезвычайно малыми частотными сдвигами и дрейфом.

В каждом узле плезиохронной сети имеется собственный прецизионный опорный генератор, а управляющие сигналы для координации работы генераторов не предусматриваются [25] (рис. 4.2).

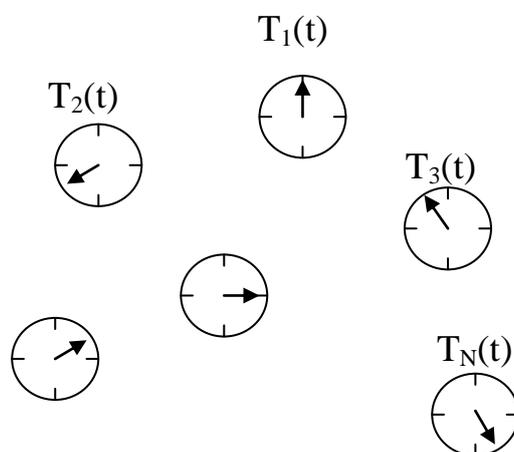


Рис. 4.2. Плезиохронная сеть

Вначале генераторы регулируются таким образом, чтобы разница в отсчете времени была равна нулю (по крайней мере, стараются добиться, чтобы эта величина была как можно ближе к нулю). Такую калибровку можно выполнять либо централизованно перед отправкой генераторов на пункты их окончательной установки, либо с помощью "транспортируемых часов". Поскольку опорные генераторы плезиохронной сети независимы, их собственные частоты несколько различаются. Эта разность частот вызывает линейно возрастающую во времени погрешность между генераторами сети. Накоплению временной погрешности между узлами сети способствуют и другие факторы, например уход частоты и фазовый шум. Временная погрешность может в конечном счете превысить допустимое значение, и тогда работу сети придется приостанавливать для приведения опорных генераторов в исходное состояние. Промежуток времени между корректировками зависит от качества опорных генераторов и допустимого расхождения во времени опорных генераторов сети.

Достоинства плезиохронных сетей заключаются в простоте реализации и устойчивости к отказам узловых опорных генераторов, поскольку отказ одного генератора не нарушает работу других опорных генераторов сети благодаря их независимости.

В синхронных сетях все опорные генераторы синхронизованы во времени (по фазе) и по частоте с общим для сети временем и частотой так, что шкалы времени, образуемые пространственно удаленными генераторами, в среднем идентичны. Такого синхронизма можно добиться несколькими способами. В зависимости от характера управляющих сигналов применяемые в синхронных сетях методы синхронизации делятся на централизованные и децентрализованные.

В централизованных сетях используется метод синхронизации по задающему генератору, согласно которому все опорные генераторы сети прямо или косвенно подстраиваются по одному задающему генератору сети. Этот генератор задает шкалу времени и частоту сети. Типичная иерархическая структура сети с задающим генератором представлена на рис. 4.3.

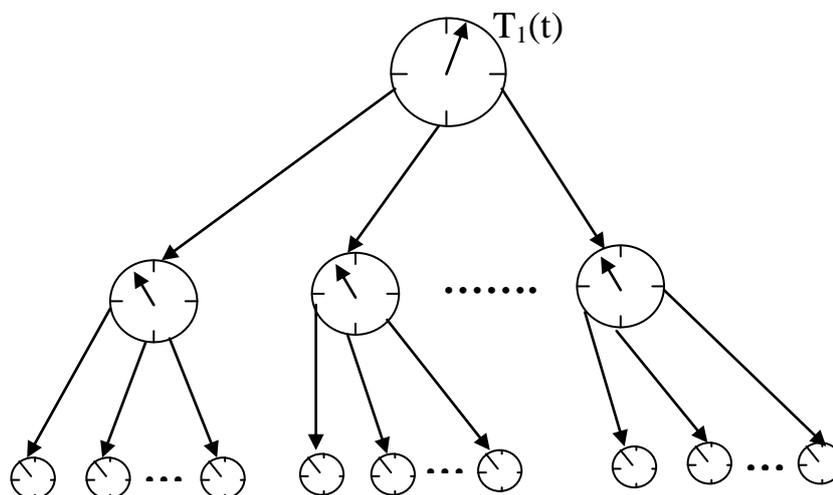


Рис. 4.3. Иерархическая сеть с задающим генератором

Децентрализованные сети действуют по принципу взаимной синхронизации. В сетях с взаимной синхронизацией задающий генератор отсутствует, и все опорные генераторы вносят равный вклад в определение частоты и шкалы времени сети (рис. 4.4).

При наличии задержки в установившемся состоянии ведомая шкала времени синхронизована по задержанной ведущей шкале времени, и поэтому между двумя генераторами имеет место установившийся ненулевой временной сдвиг, который зависит от задержки на распространение сигнала от ведущего генератора к ведомому. Всякое изменение задержки на прохождение сигнала приводит к соответствующему изменению временного сдвига между двумя генераторами. Если теперь в качестве задающего по отношению к третьему генератору в иерархической структуре рис. 4.3 взять генератор 2, то

установившаяся временная ошибка между генераторами 1 и 3 будет определяться суммой временных ошибок между генераторами 1 и 2, генераторами 2 и 3.

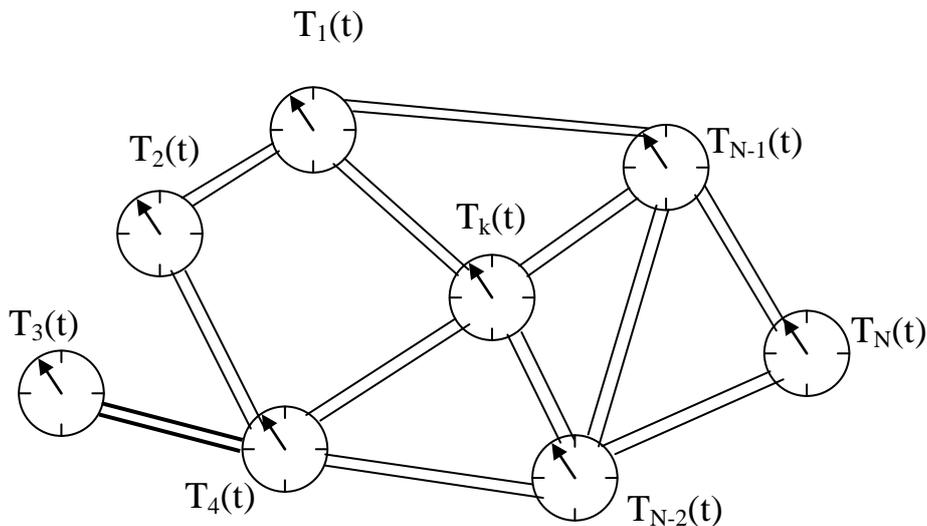


Рис. 4.4. Частично связанная N-узловая сеть с взаимной синхронизацией

Для исключения установившегося сдвига между генераторами и уменьшения зависимости их шкал времени от задержки на прохождение сигналов необходимо скомпенсировать задержки на прохождение сигналов между генераторами. Возможный метод компенсации, который применим в случаях, когда задержка поддается оценке, показан на рис. 4.5.

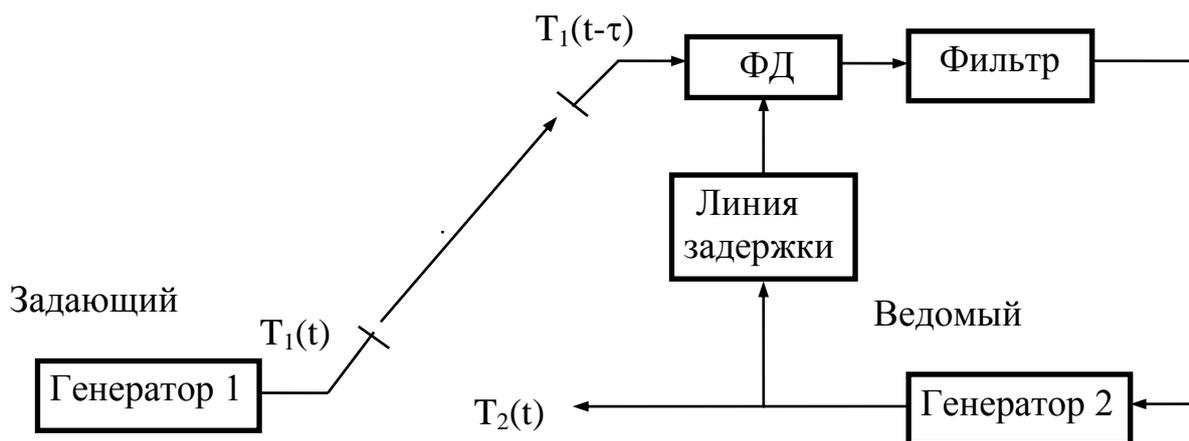


Рис. 4.5. Двухузловая сеть с задающим генератором и компенсацией посредством линии задержки; ФД – фазовый дискриминатор

Сигнал времени ведомого генератора до его сравнения с принятым сигналом времени задающего генератора задерживается на оцененную

величину. Если эта оценка точна, то в результате никакого установившегося сдвига не будет. Однако, если оценка не вполне точна (как это обычно бывает), то временная погрешность между генераторами будет зависеть только от разности между фактической задержкой и ее оценкой. Описанный метод компенсации задержки называют методом компенсации с линией задержки.

Как и в случае сетей с задающим генератором, установившаяся временная ошибка между двумя генераторами в системе взаимной синхронизации зависит от задержек на распространение. Кроме того, от этих задержек зависит и установившаяся частота сети. Для уменьшения такой зависимости можно воспользоваться любым методом компенсации задержки, в том числе и рассмотренным выше при обсуждении метода с задающим генератором. На рис. 4.6 приведена структурная схема двухузловой сети с взаимной синхронизацией и компенсацией по методу линии задержки.

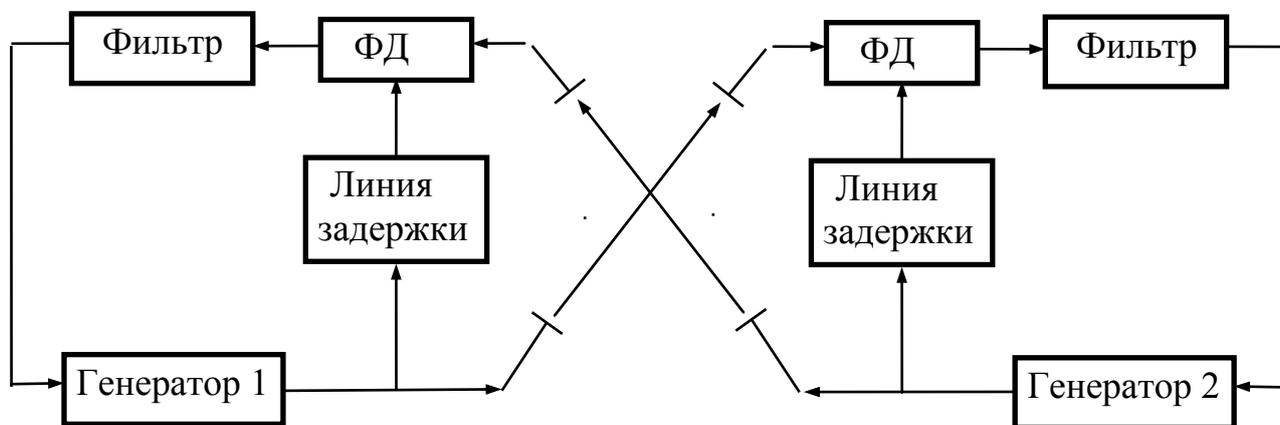


Рис. 4.6. Двухузловая сеть с взаимной синхронизацией и компенсацией посредством линии задержки; ФД – фазовый дискриминатор

До сих пор приводились примеры двухузловых сетей. Теперь рассмотрим, как получается сигнал коррекции генераторов в сети общего вида с произвольным числом узлов, когда некоторые узлы связаны с несколькими соседними узлами. Решение заключается в фазовом усреднении, которое иллюстрирует схема обработки сигналов на узле сети общего вида (рис. 4.7).

Вместо одного входного сигнала, как в схеме на рис. 4.5, здесь на узел поступает  $N$  входных сигналов, и поэтому вычисляется  $N$  временных сдвигов между принятыми и местными сигналами времени. Сигнал коррекции генератора образуется как взвешенная комбинация  $N$  сигналов ошибки (полученный, как правило, путем прямого суммирования).

На рис. 4.8 показана схема реализации метода при компенсации с помощью линий задержки. В данном случае сигнал времени местного генератора (узла  $i$ ) задерживается на величину оцененной задержки на распространение между узлом  $j$  и узлом  $i$  (узел  $j$  соединен с узлом  $i$ ) и затем сравнивается с сигналом времени, поступающим от узла  $j$ .

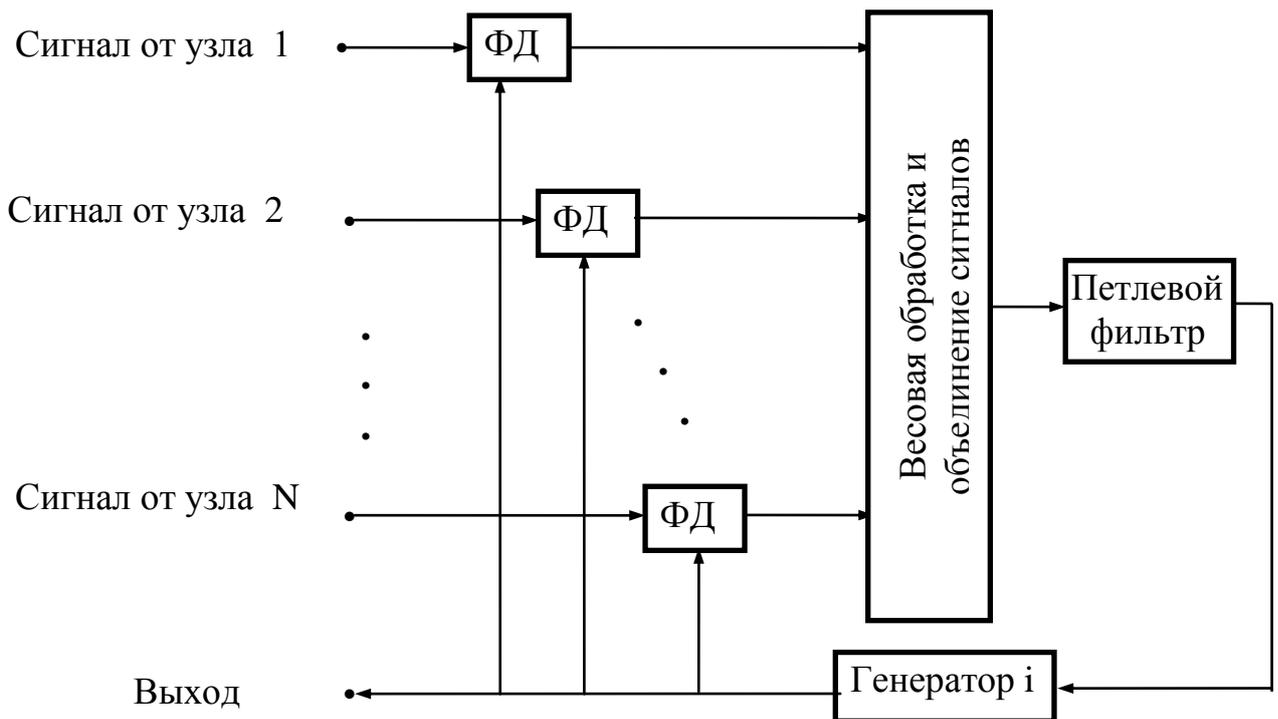


Рис. 4.7. Схема фазового усреднения на узле  $i$  в  $N$ -узловой сети без компенсации задержек

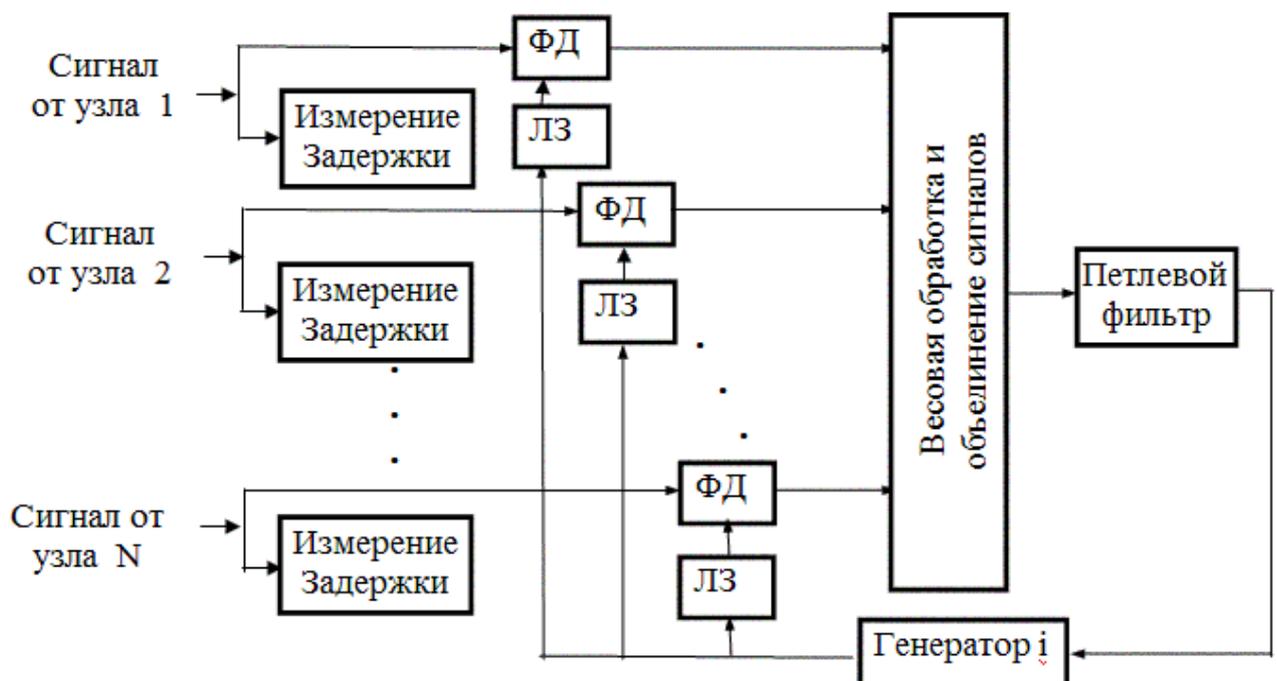


Рис. 4.8. Схема обработки сигналов на узле  $i$  в  $N$ -узловой сети с компенсацией задержек: ФД – фазовый дискриминатор, ЛЗ - линия задержки

#### 4.4. Моделирование случайных процессов в ФАПЧ

Качественные показатели сети синхронизации зависят от характеристик ее генераторов. Основные характеристики генераторов стандартных типов приведены в прил. 4. В качестве ведущих генераторов применяют квантовые генераторы, а подстраиваемыми генераторами могут быть кристаллические генераторы термостабилизирующие, термокомпенсирующие или обычные [21, 22].

Вопросам исследования частотных нестабильностей генераторов посвящен ряд работ [41-45]. В целом задача моделирования процессов подобного рода не всегда поддается решению. Для моделирования частотных нестабильностей генераторов предлагается использовать упрощенные модели.

Одним из наиболее простых способов является применение полунатурного (смешанного) моделирования [16], при котором используют реализацию шумового процесса при работе генератора. Измерения таких шумовых процессов могут быть выполнены с использованием специальных приборов, описанных в [23, 24]. Полученные результаты могут быть введены в математическую модель устройства синхронизации.

Другой подход к моделированию генераторных нестабильностей предложен в [25]. Согласно этому подходу, функцию мгновенной угловой частоты можно представить в виде:

$$\dot{\varphi}(t) = \omega_0 + L(0) + L_S(t) + \dot{\xi}(t), \quad (4.60)$$

где  $\omega_0$  - номинальное значение частоты генератора,

$L(0)$  - случайная величина с нулевым средним значением, выражающая начальную ошибку по частоте,

$L_S(t)$  - совокупность независимых от времени случайных величин, моделирующих долговременную нестабильность частоты,

$\dot{\xi}(t)$  - стационарный случайный процесс с нулевым средним, описывающий кратковременные нестабильности генератора.

При работе в нормальных условиях влиянием температурных и других дестабилизирующих факторов, таких как изменение внешнего давления, влажности, можно пренебречь.

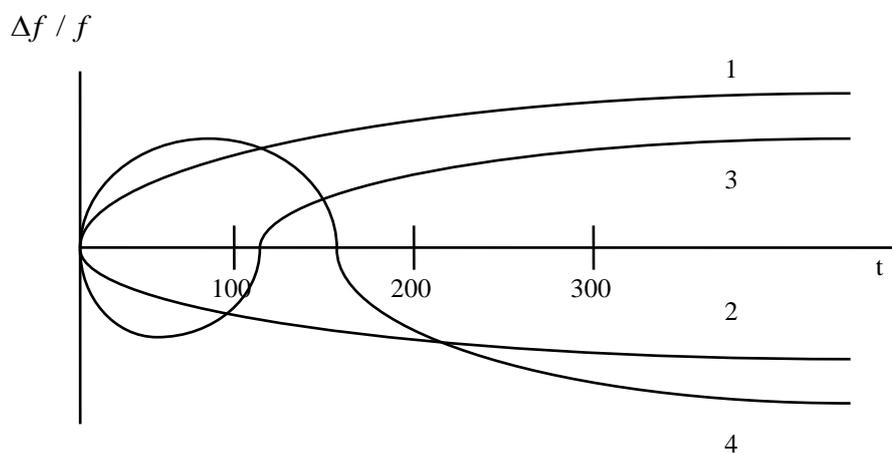
Процесс  $L(0)$ , описывающий погрешность начальной установки частоты, моделируется как случайный процесс с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением, равным точности начальной установки частоты.

Процесс  $L_S(t)$  описывает долговременную нестабильность частоты, которая характеризуется частотно-временной характеристикой (ЧВХ) кварцевого резонатора. Типичные ЧВХ или характеристики старения кварцевых резонаторов с различными срезами приведены на рис. 4.9,а [27, 28].

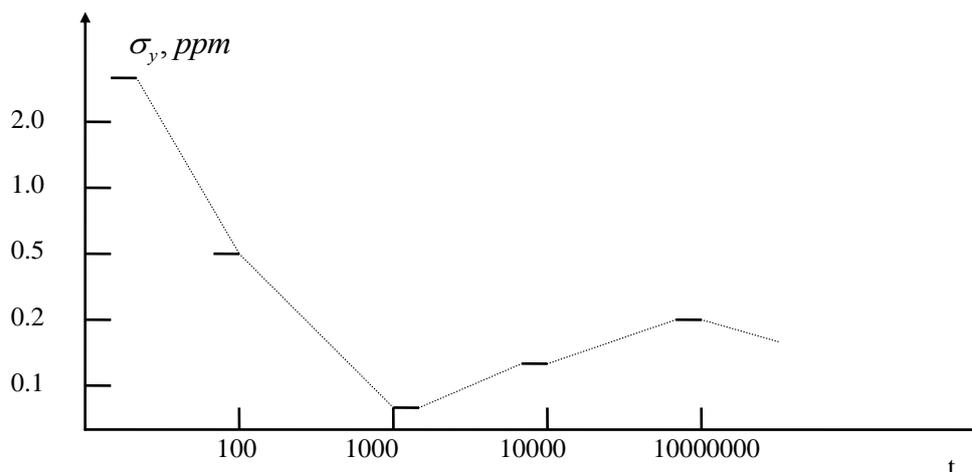
Согласно рис. 4.9,а при использовании характеристики первого вида модель долговременной нестабильности частоты записывается в виде:

$$L_S(t) = K_{ДВ} \cdot \omega_0 \cdot t, \quad (4.61)$$

где  $K_{ДВ}$  - долговременная относительная нестабильность частоты за сутки,  
 $t$  - время, в сутках.



а)



б)

Рис. 4.9. Характеристики резонаторов:  
 а) частотно-временные характеристики (характеристики старения);  
 б) девиация Аллана случайного относительного отклонения частоты

Для описания процесса кратковременных изменений частоты воспользуемся девиацией Аллана случайного относительного отклонения частоты. Эта характеристика является функцией разброса изменения частоты от периода измерения или частоты измерения. Эта характеристика показывает отклонение фазовых изменений от средних значений для фазовых изменений, происходящих с различными частотами. Девиация Аллана случайного относительного отклонения частоты кварцевого генератора показана на рис.4.9,б [27].

Возможно упрощенное описание кратковременных нестабильностей частоты, представляющее собой сумму независимых случайных процессов изменений частоты, происходящих с различной частотой и характеризующихся разными значениями среднеквадратического отклонения (девиации Аллана случайного относительного отклонения частоты). При таком описании процесс кратковременных относительных частотных нестабильностей может быть представлен в виде:

$$\dot{\xi}(t) = \sum_{i=1}^M \dot{\xi}_i(t), \quad (4.62)$$

где  $\dot{\xi}_i(t)$  - центрированный случайный процесс, характеризующийся среднеквадратическим отклонением  $\sigma_{xi}$ .

Нестабильности квантовых генераторов также описываются моделью (4.60). Параметры генераторов для подстановки в модель могут быть найдены в [28, 29].

Для описания фазовых изменений, вызванных нестабильностью частоты, произведем интегрирование (4.60), используя идеальный интегратор. В результате получим:

$$\varphi[n] = \frac{1}{B_l} \left\{ \sum_{\nu=0}^1 A_{1-\nu} \varphi[n-\nu] - B_0 \varphi[n-1] \right\}. \quad (4.63)$$

Коэффициенты уравнения (4.63) получают по операторной передаточной функции идеального интегратора  $W(p) = \frac{1}{p}$ .

В моделях фильтров кольца ФАПЧ также должны учитываться шумы квантования. Выделяют три основных источника шумов квантования [30, 31]:

аналого-цифровое преобразование входного сигнала;

дискретность параметров;

удвоенная размерность результатов логического сложения и умножения.

### *Моделирование других дестабилизирующих факторов*

Согласно [32], в модели сети синхронизации должны быть учтены следующие факторы: 1) суточный дрейф фазы, 2) случайные фазовые переходы.

Суточный дрейф фазы происходит из-за температурных изменений окружающей среды. Процесс суточных фазовых изменений может быть описан законом синуса [1]. В этом случае его модель записывается в виде:

$$\varphi_1[n] = \beta \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot n}{T_{\text{ДРФ}}}\right), \quad (4.64)$$

где  $\beta$  - амплитуда дрейфа фазы,  $T_{\text{ДРФ}}$  - период изменений дрейфа ( $T_{\text{ДРФ}} = 1$  сутки).

Случайные переходы фазы могут происходить в каналах синхронизации по различным причинам. Эти переходы могут быть описаны как периодические изменения фазы на 1 мкс в 25 дней, полярность которых случайна и распределена по нормальному закону [32]. Фазовые переходы моделируются следующим образом:

$$\varphi_2[n] = \begin{cases} (-1)^\mu \cdot 2\pi \cdot \alpha, & n = m \cdot T_{\text{ПЕР}} \\ 0, & n \neq m \cdot T_{\text{ПЕР}} \end{cases}, \quad (4.65)$$

где  $\alpha$  - величина перехода фазы,  $\alpha = 10^{-6}$  с,

$T_{\text{ПЕР}}$  - период изменений,  $T_{\text{ПЕР}} = 25$  суток,

$\mu$  - случайное целое число с равномерным распределением в диапазоне [0, 1].

## 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЕТЕЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

### 5.1. Критерии исследования устойчивости

Многосвязная система автоматического управления называется устойчивой, если при любых ограниченных входных воздействиях все ее координаты (как регулируемые, так и промежуточные) остаются ограниченными. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все свободные составляющие решения дифференциальных уравнений, описывающих замкнутую систему, стремились к нулю при  $t \rightarrow \infty$ . Это означает, что корни характеристического уравнения замкнутой МСАУ должны располагаться в левой плоскости корней комплексного переменного  $p$ , т. е. должны иметь отрицательные действительные части [18]. Так как линейные замкнутые МСАУ описываются линейными дифференциальными уравнениями, для них применимы все известные из теории односвязных САУ критерии устойчивости.

Большое практическое значение имеет построение областей устойчивости в плоскости параметров, влияющих на устойчивость. На практике чаще всего используют метод построения областей устойчивости, который был предложен Неймарком Ю.И. и назван методом D-разбиения [18].

Метод D-разбиения предусматривает выделение на плоскости параметров области устойчивости. Для этого строится граница D-разбиения, которая делит плоскость параметров на две части: область устойчивости и область неустойчивости. При построении границы D-разбиения следует выбирать параметры системы, которые оказывают наибольшее влияние на устойчивость. Метод D-разбиения позволяет контролировать допустимый диапазон изменения параметров исследуемой системы.

Практически граница D-разбиения многосвязной системы автоматического управления, приведенная на рис. 5.1, строится следующим образом.

Выбираются два параметра  $\eta$  и  $k$ , которые значительно влияют на устойчивость МСАУ.



Рис. 5.1. Построение границы D-разбиения

Задаются значением параметра  $\eta=\eta_1$  и изменяют параметр  $k$  до значения  $k=k_1$ , при котором МСАУ переходит в неустойчивое состояние. Далее задаются значением  $\eta=\eta_2$  и находят новое значение  $k=k_2$ , соответствующее границе перехода МСАУ в неустойчивое состояние и т.д. По найденным точкам строят границу D-разбиения. Можно построить семейство границ D-разбиения.

При использовании метода D-разбиения, как следует из вышеизложенного, необходимо определять момент перехода МСАУ из устойчивого состояния в неустойчивое при изменении параметров. Ввиду того, что переход из устойчивого в неустойчивое состояние фиксируется по выходным характеристикам системы, метод D-разбиения может быть использован для анализа устойчивости как линейных, так и нелинейных систем автоматического управления. Эта задача наиболее эффективно может быть решена при применении метода цифрового моделирования с использованием ЭВМ.

## 5.2. Анализ качества автоматического управления сетей синхронизации

Понятие качества управления в многосвязных системах является неоднозначным и более широким, чем в теории односвязных систем автоматического управления (САУ). Под качеством работы МСАУ следует понимать степень приближения процессов управления в системе к идеальным в том или ином смысле. Оценка качества многосвязных САУ может проводиться по критериям, принятым для односвязных САУ, которые делятся на прямые, косвенные, частотные и интегральные [18].

Показатели качества, определяемые непосредственно по кривой переходного процесса, называют *прямыми оценками* качества. Прямые

критерии оценки качества получают по переходной характеристике  $h(t)$  (рис.5.2).

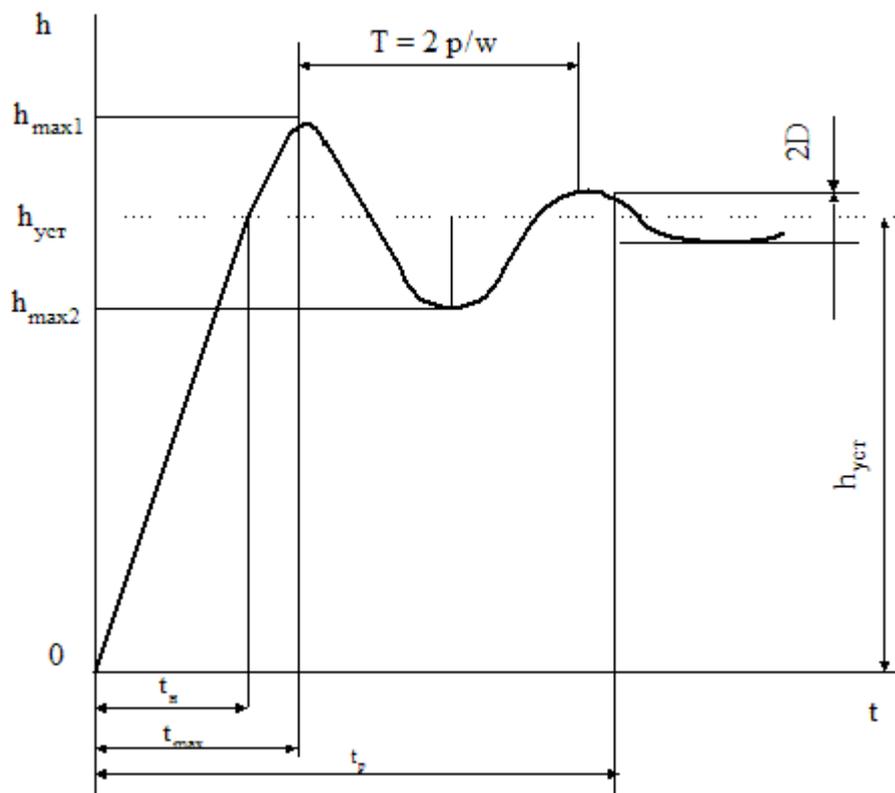


Рис. 5.2. Определение прямых оценок качества

К прямым критериям оценки качества относят:

1. Время *регулирования*  $t_p$  - минимальное время, по истечении которого регулируемая величина будет оставаться близкой к установившемуся значению с заданной точностью:

$$|h(t) - h_{уст}| \leq \Delta, \quad (5.1)$$

где  $h(t)$  - переходная характеристика,

$\Delta$  - постоянная величина, значение которой нужно оговаривать (задается величина  $\Delta$  в процентах от установившегося значения выходной величины  $h_{уст}$ ).

2. *Перерегуливание*  $\sigma$  - максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения выходной величины, выраженное в относительных единицах или процентах

$$\sigma = \frac{h_{max1} - h_{уст}}{h_{уст}} 100, \quad (5.2)$$

где  $h_{max1}$  - значение первого максимума переходной характеристики.

3. Частота колебаний  $\omega = 2\pi/T$ , где  $T$  - период колебаний для колебательных переходных характеристик.

4. Число колебаний  $n$ , которое имеет переходная характеристика  $h(t)$  за время регулирования ( $t_p$ ).

5. Время достижения первого максимума  $t_{\max}$ .

6. Время нарастания переходного процесса  $t_H$  - абсцисса первой точки пересечения кривой переходной характеристики  $h(t)$  с уровнем установившегося значения  $h_{уст}$ .

7. Декремент затухания  $\chi$ .

Перечисленные выше критерии качества могут быть дополнены в соответствии со спецификой конкретной системы. Применительно к сетям синхронизации оценивается *время вхождения в синхронизм* ( $t_{вх}$  - максимальная величина времени), по истечении которого при начальном включении устройство синхронизации переходит в режим синхронизма.

Реакции на типовые возмущения вида "скачок фазы", "скачок частоты" приняты организациями по стандартизации для оценки качества переходных процессов сетей синхронизации. На временные характеристики сетей синхронизации при типовых возмущениях накладываются ограничения, выраженные в форме специальных масок, описанных в [32].

Когда расчет переходного процесса МСАУ связан с большими трудностями, используют *косвенные оценки*. Эти характеристики определяются по амплитудно-фазовой частотной характеристике разомкнутой системы, используемой для определения устойчивости по критерию Найквиста.

При гармонических воздействиях качество МСАУ принято оценивать по амплитудно-фазовой частотной, амплитудно-частотной, фазо-частотной и логарифмическим *частотным характеристикам*. Для косвенной оценки качества переходного процесса используют полосу пропускания системы  $\omega_0$ , частоту среза  $\omega_{ср}$  и другие частотные характеристики.

*Полоса пропускания системы* (рис. 5.3) - это интервал частот от  $\omega = 0$  до  $\omega_0$ , при котором выполняется условие:

$$A_3(\omega_0) \leq 0.707 A_3(0). \quad (5.3)$$

*Частота среза  $\omega_{ср}$*  - частота, при которой амплитудно-частотная характеристика системы принимает значение, равное 1. Эта величина косвенно характеризует длительность переходного процесса. Время регулирования обратно пропорционально частоте среза:

$$t_p \cong (1 \div 2) \cdot 2\pi / \omega_{ср} \quad (5.4)$$

Частотные характеристики, описанные выше, могут дополняться характеристиками, специфическими для конкретной системы. Применительно к

сетям синхронизации оценивают полосу удержания, полосу захвата и степень подавления фазовых дрожаний.

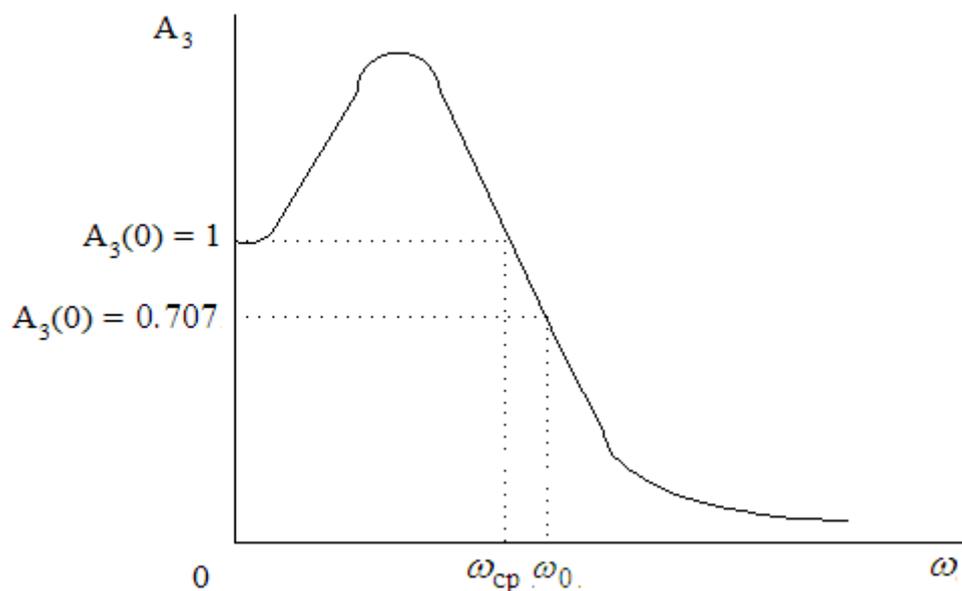


Рис. 5.3. Определение полосы пропускания системы

*Полоса удержания*  $\Delta f_{\text{удер}}$  - это половина интервала частот, определяемого граничными значениями частот, при которых система переходит из режима синхронизма в режим биений:

$$\Delta f_{\text{удер}} = \frac{f_1 - f_2}{2}, \quad (5.5)$$

где  $f_1$  и  $f_2$  - верхнее и нижнее значения частоты при срыве синхронизации.

*Полоса захвата*  $\Delta f_{\text{захв}}$  - это половина интервала частот, определяемого граничными значениями частот, при которых система переходит из режима биений в режим синхронизма:

$$\Delta f_{\text{захв}} = \frac{f_1^* - f_2^*}{2}, \quad (5.6)$$

где  $f_1^*$ ,  $f_2^*$  - верхнее и нижнее значения частот при переходе в режим синхронизма. Требования к ширине полосы удержания и полосы захвата определены стандартными рекомендациями [10-13, 32].

*Степень подавления фазовых дрожаний* характеризует степень подавления синусоидальных фазовых дрожаний и определяется по формуле:

$$A = 20 \lg \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}}, \quad (5.7)$$

где  $A_{\text{ВХ}}$ ,  $A_{\text{ВЫХ}}$  - амплитуды синусоидальных колебаний фазы на входе и выходе системы. Амплитуда входных синусоидальных колебаний изменяется с частотой по закону, описанному в рекомендациях по построению сетей синхронизации [10-13, 32].

*Интегральные оценки качества* являются интегралами по времени от некоторых функций переходного процесса свободной составляющей выходной величины  $x_{\text{СВ}}(t)$  или ошибки  $\varepsilon_{\text{СВ}}(t)$ . Цель использования этих критериев состоит в том, чтобы получить общую оценку быстродействия и отклонения регулируемой величины от установившегося значения.

*Квадратичные интегральные оценки* вычисляются по формуле:

$$J_{20} = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\text{СВ}}^2(t) dt. \quad (5.8)$$

Перечисленные выше критерии могут быть дополнены специальными критериями, рекомендованными к применению для сетей синхронизации. К таким критериям относят: максимальную ошибку временного интервала МОВИ (Maximum Time Interval Error - МТИЕ).

*Ошибка временного интервала (ОВИ) и максимальная ошибка временного интервала (МОВИ)*

Исходными данными для определения критериев являются значения функции фазовой ошибки  $x(t)$ , выраженные в единицах измерения времени. В расчетах используются дискретные значения этой функции (рис. 5.4):

$$\{ x_i = x(i\tau_0), \quad i = 1, 2, \dots, N \}, \quad (5.9)$$

где  $N$  - количество отсчетов функции  $x(t)$ ,

$\tau_0$  - период дискретизации,

$\tau$  - интервал наблюдения,  $\tau = n\tau_0$ .

Под *ошибкой временного интервала*, ОВИ (Time Interval Error - ТИЕ) понимают изменение положения значащего момента синхроимпульса от его идеального положения [12]. В математической форме ОВИ (ТИЕ) равна (рис.5.4):

$$\text{ТИЕ}(\tau) = x(t + \tau) - x(t). \quad (5.10)$$

Для расчета ОВИ (ТІЕ) стандартами рекомендована следующая формула [32]:

$$\text{ТІЕ}(n\tau_0) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} (x_{i+n} - x_i), \quad n=1,2,\dots,(N-n). \quad (5.11)$$

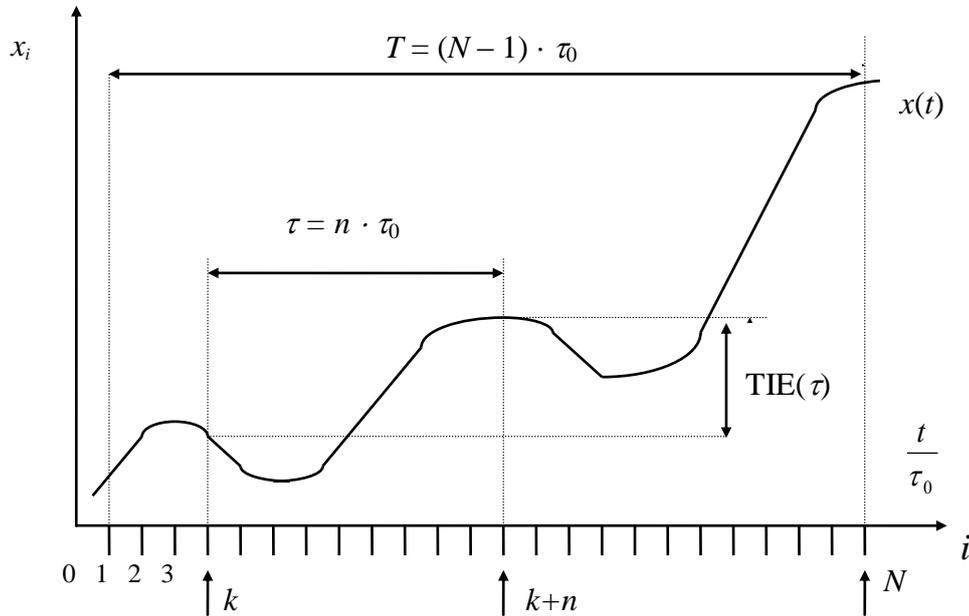


Рис. 5.4. Определение ошибки временного интервала ОВИ (ТІЕ)

ОВИ измеряют в частях длительности временного интервала, ВИ (Unit Interval - UI), равного времени передачи одного бита информации или одному периоду работы генератора. Значение ОВИ, равное 0,1ВИ, соответствует отклонению фазы часов от идеального положения на величину равную 10% от длительности периода часов.

Под *максимальной ошибкой временного интервала*, МОВИ (Maximum Time Interval Error - МТІЕ) понимают максимальный разброс значений ОВИ внутри периода наблюдения. В математической форме МТІЕ записывается в виде (рис.5.5):

$$\text{МТІЕ}(\tau) = \max_{-\infty \leq t_0 \leq \infty} \left( \max_{t \leq t_0 + \tau} [x(t)] - \min_{t_0 \leq t \leq t_0 + \tau} [x(t)] \right). \quad (5.12)$$

Расчет МОВИ, согласно рекомендациям, производится по формуле:

$$\text{МТІЕ}(n\tau_0) = \max_{1 \leq k \leq N-n} \left( \max_{k \leq i \leq k+n} (x_i) - \min_{k \leq i \leq k+n} (x_i) \right), \quad n=1,2,\dots,(N-n). \quad (5.13)$$

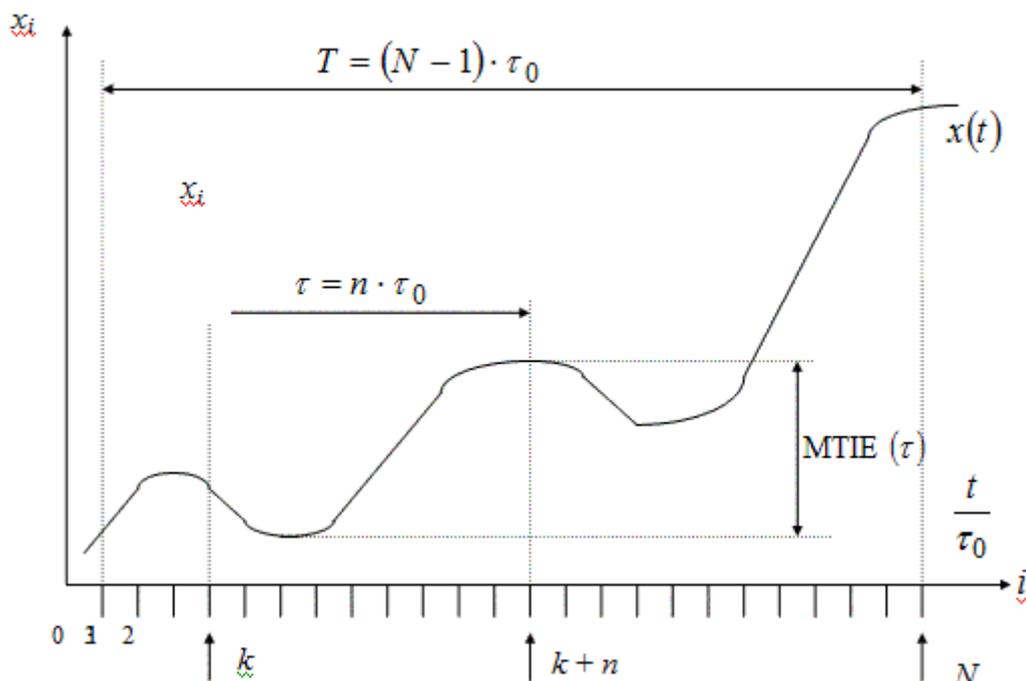


Рис. 5.5. Определение максимальной ошибки ВИ МОВИ (MTIE)

### 5.3. Результаты исследования сетей синхронизации на основе цифрового моделирования

#### 5.3.1. Исследование устойчивости сетей синхронизации

Анализ устойчивости проводился на основе цифровой модели сети синхронизации методом D-разбиения. Граничные значения параметров фиксировались по переходной характеристике системы.

Целью исследований являлось выяснение влияния числа узлов, связности и вида характеристики фазового дискриминатора на устойчивость сети синхронизации. В рассмотрение были включены сети синхронизации различных топологий с различным числом узлов.

Для анализа устойчивости использовался метод D-разбиения. Сущность метода сводится к построению областей устойчивости и неустойчивости в плоскости (пространстве) параметров исследуемой системы. При исследовании устойчивости сетей синхронизации в качестве параметров системы были выбраны коэффициент усиления устройства синхронизации (ФАПЧ)  $k$  и параметр фильтра фазового дискриминатора  $\eta_1$ .

Эксперимент заключался в следующем. При заданном числе узлов и топологии сети синхронизации на первый узел сети синхронизации подавалось единичное воздействие. По временным характеристикам процессов на выходах остальных узлов (переходным характеристикам) определялся режим работы сети синхронизации. При переходе сети синхронизации в неустойчивое состояние переходный процесс не прекращается, что можно индентифицировать по переходным характеристикам. Согласно алгоритму метода D-разбиения для

определения одной точки кривой D-разбиения необходимы два параметра ( $\eta_1$ ,  $k$ ). Первый параметр фиксируется ( $\eta_1$ ), а второй ( $k$ ) изменяют до момента перехода системы в неустойчивое состояние. Полученная пара значений ( $k$ ,  $\eta_1$ ) является первой точкой границы D-разбиения.

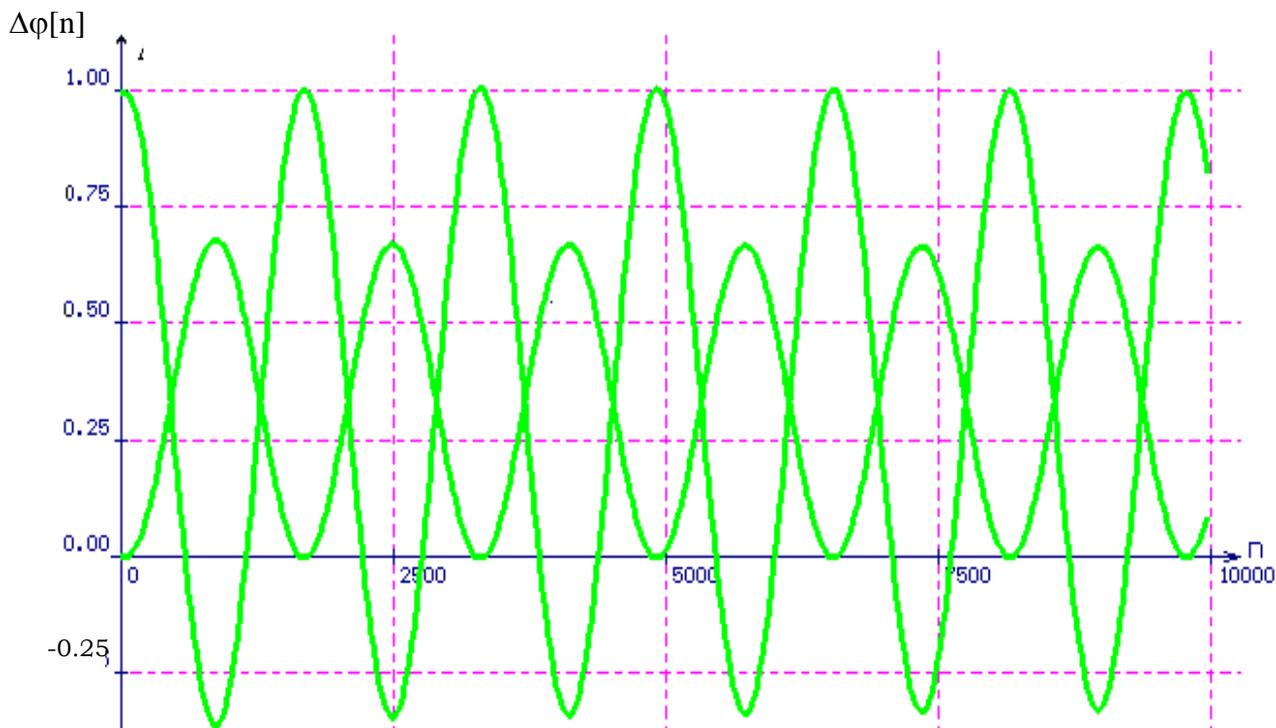


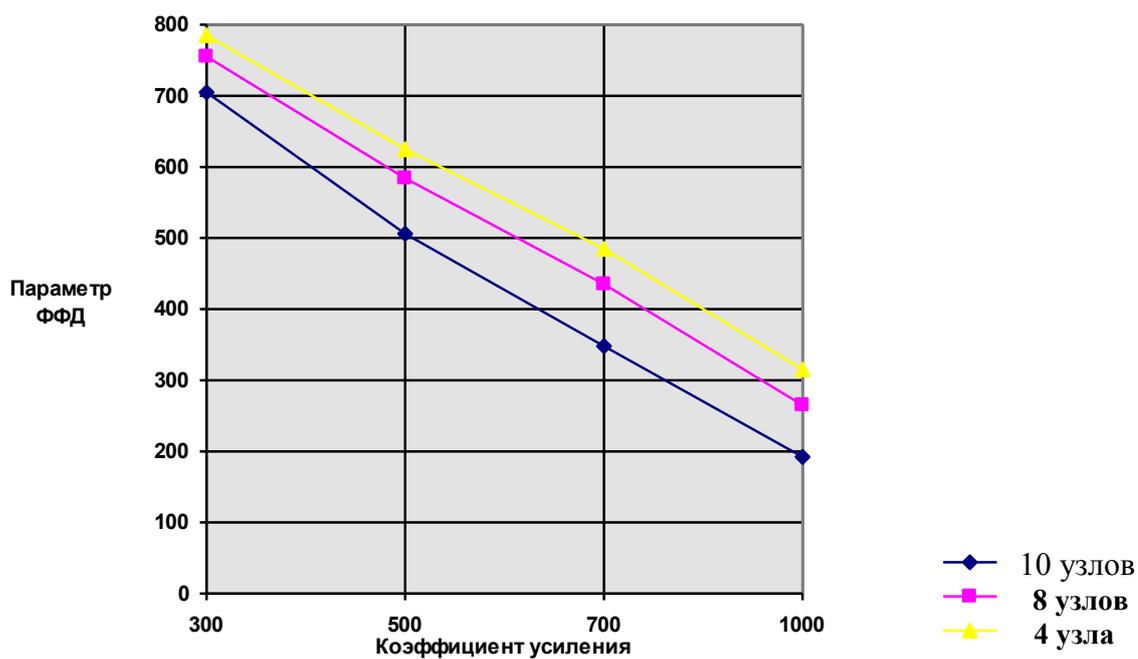
Рис. 5.6. Временные характеристики работы сети синхронизации, соответствующие границе D-разбиения

Временные характеристики фрагмента полносвязной сети синхронизации, соответствующие одной точке границы D-разбиения, приведены на рис. 5.6.

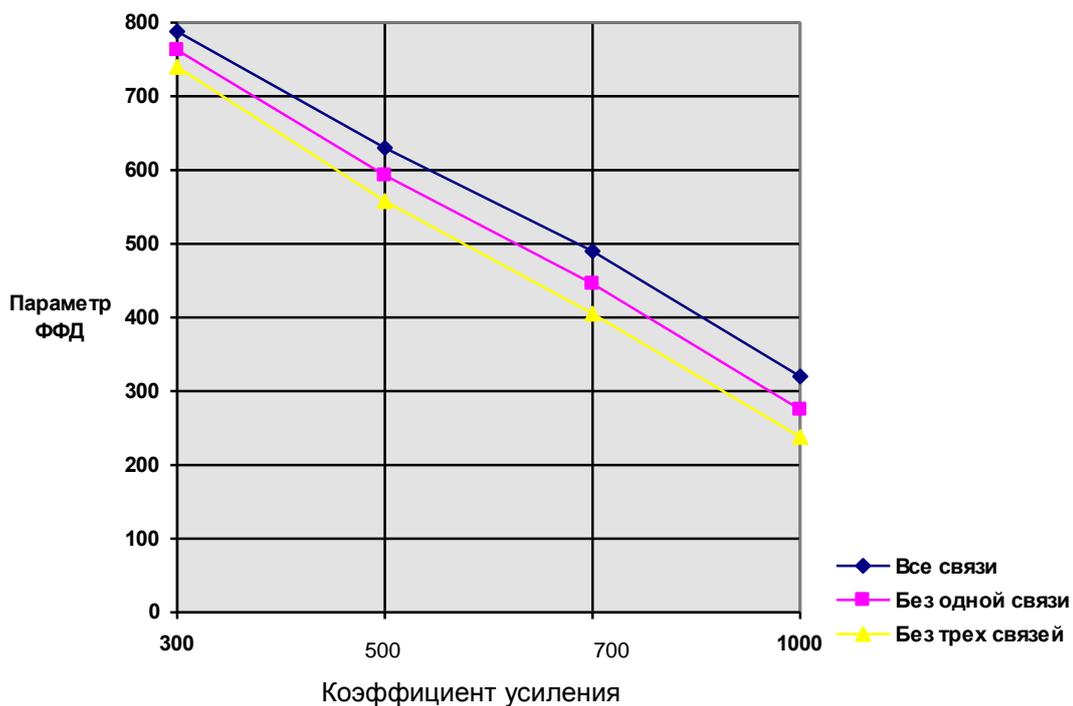
Эксперименты были проведены для сетей синхронизации различной топологии с различным числом узлов. На рис. 5.7 приведены области устойчивости для полносвязной сети синхронизации с различным числом узлов (рис. 5.7, а) и разной связностью (рис. 5.7, б). Из рисунков видно, что область устойчивости увеличивается с ростом числа узлов и увеличением связности сети синхронизации.

В описанных экспериментах предполагалось, что канал синхронизации идеален. Тем не менее, влияние характеристик каналов связи, таких как задержки, суточный дрейф фазы, тепловые шумы и т. д., на качество синхронизации значительно. Необходимость учета задержек в каналах при оценке качества синхронизации отмечена в работе [25].

Так как влияние задержек на качество синхронизации велико, необходимо осуществлять компенсацию задержек. Для компенсации задержек в сетях синхронизации используют различные методы, одним из которых является компенсация задержек с использованием линий задержки.



а)



б)

Рис. 5.7. Области устойчивости:  
 а) полностью связанных сетей синхронизации с различным числом узлов,  
 б) сетей синхронизации из 10 узлов с различной связностью

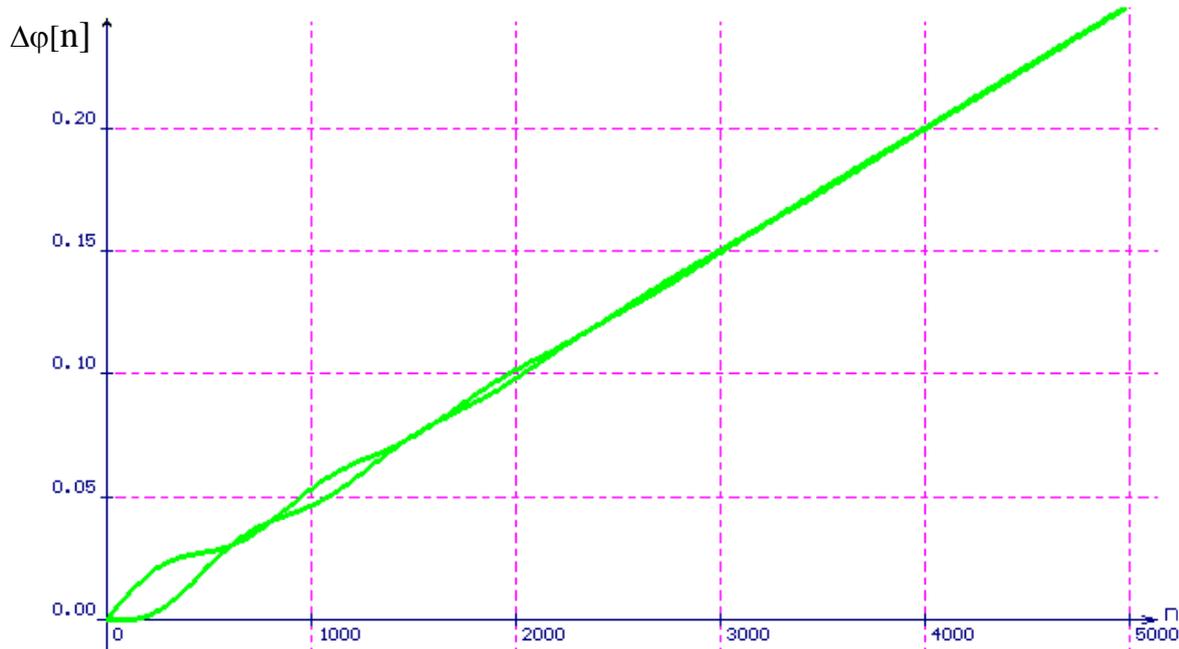
### 5.3.2. Исследование качества функционирования сетей синхронизации

Исследование качества процесса управления в сетях синхронизации проведено на цифровой модели сети синхронизации при идеальных каналах синхронизации (без учета задержек и различных дестабилизирующих факторов). При оценке качества процесса управления, как многосвязных систем автоматического управления (МСАУ), выделяют прямые оценки качества переходных процессов, косвенные, частотные и интегральные оценки [18].

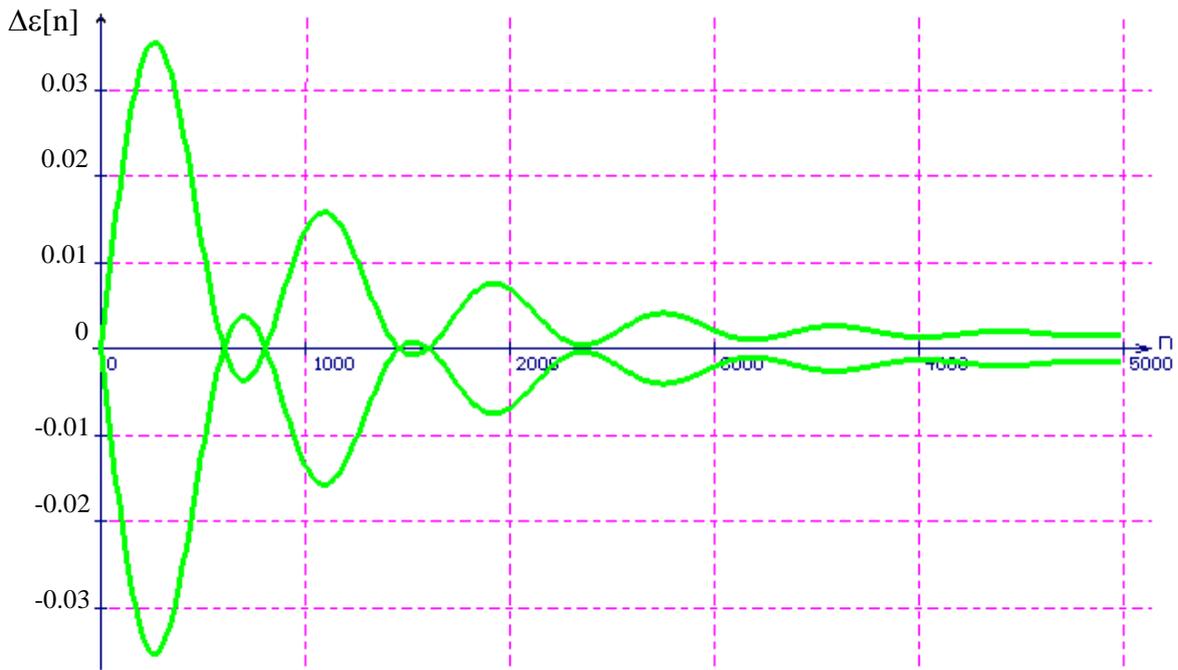
#### *Прямые оценки качества переходных процессов*

Проведено исследование влияния количества узлов, связности сети синхронизации и вида характеристик фазовых дискриминаторов на величину установившейся ошибки и перерегулирование.

Исследования проводились на цифровой модели сети синхронизации и сводились к следующему. На одном из узлов сети синхронизации имитировалось скачкообразное изменение собственной частоты генератора. Для этого на вход генератора первой ФАПЧ добавлялось постоянное управляющее напряжение. Анализировались процессы на выходах остальных узлов полносвязной сети синхронизации и фиксировалось значение установившейся ошибки. Временные характеристики процессов в полносвязной сети синхронизации, содержащей 4 узла, при изменении частоты на первом узле приведены на рис. 5.8.



a)



б)

Рис. 5.8. Временные характеристики полностью связной сети синхронизации при скачкообразном изменении частоты на первом узле:

- а) изменение фазы генераторов отдельных ФАПЧ при полностью связной топологии,
- б) изменение фазовой ошибки

Исследование влияния количества узлов на установившуюся ошибку показало, что установившаяся ошибка увеличивается с ростом числа узлов сети синхронизации (рис. 5.9).

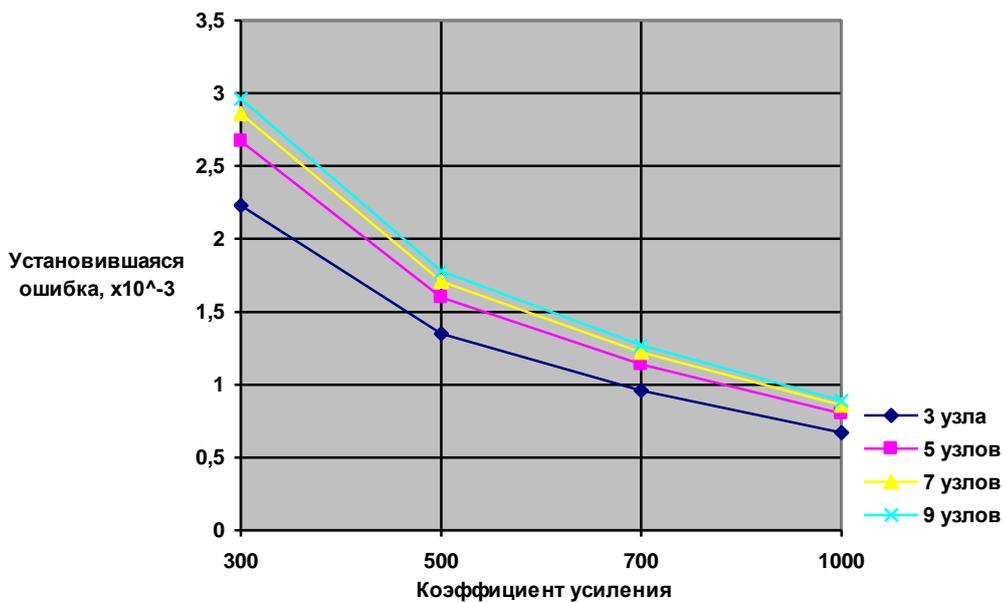
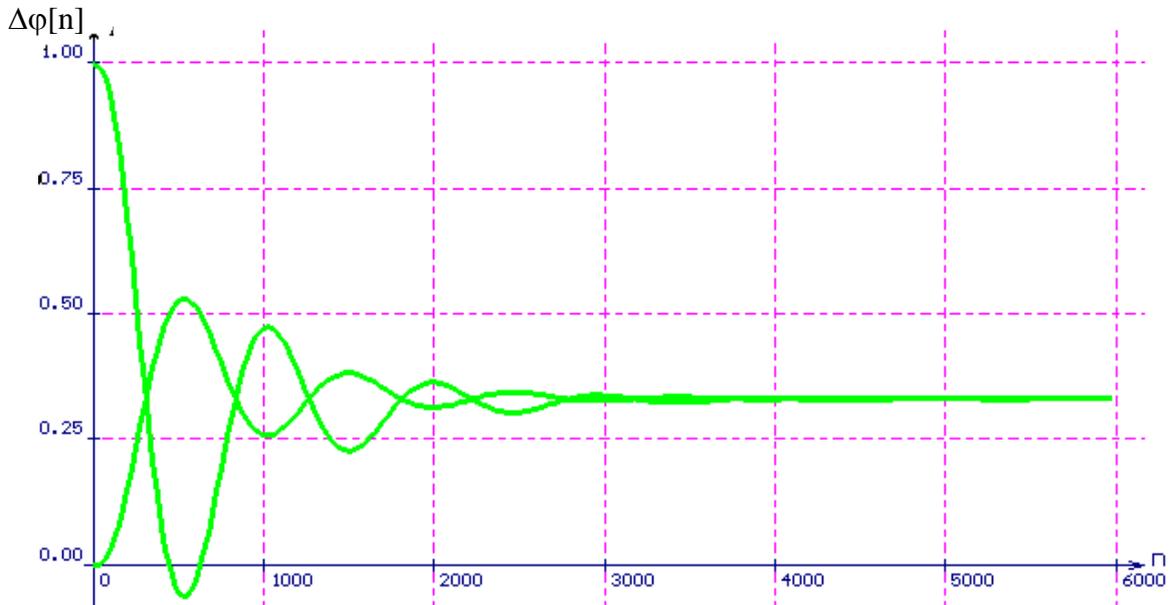
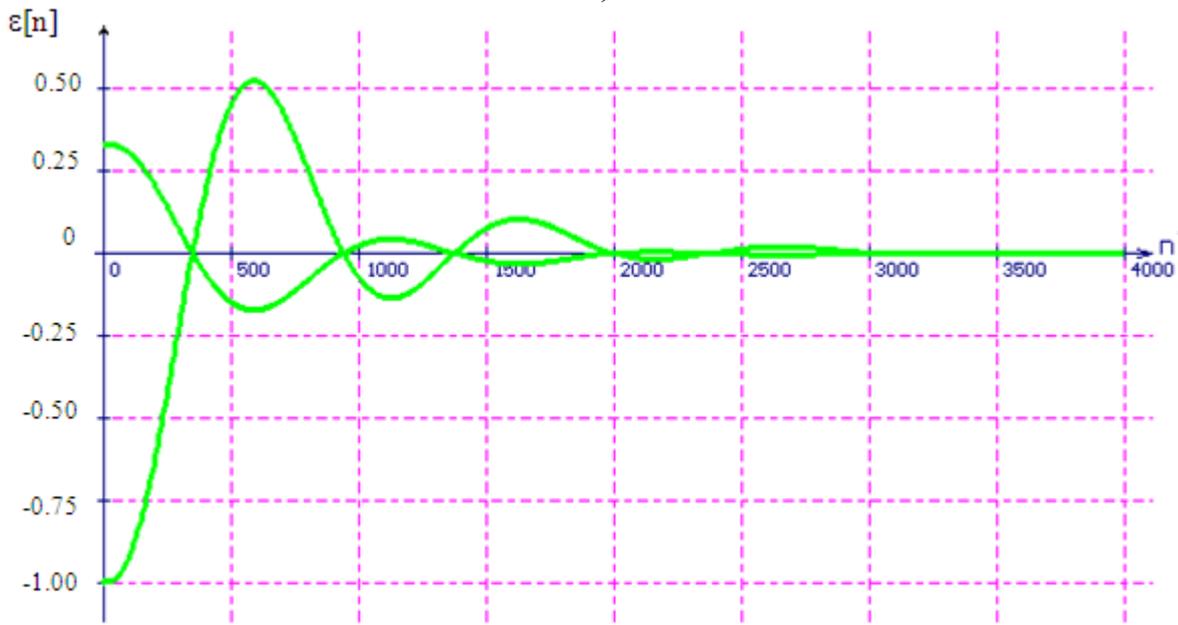


Рис. 5.9. Зависимость величины установившейся ошибки от числа узлов полностью связной сети синхронизации

Для определения влияния числа узлов и связности сети синхронизации на перерегулирование на одном из узлов имитировалось скачкообразное изменение фазы и проводился анализ переходных характеристик на остальных узлах сети синхронизации. Временные характеристики сети синхронизации при скачкообразном изменении фазы на первом узле приведены на рис. 5.10.



а)

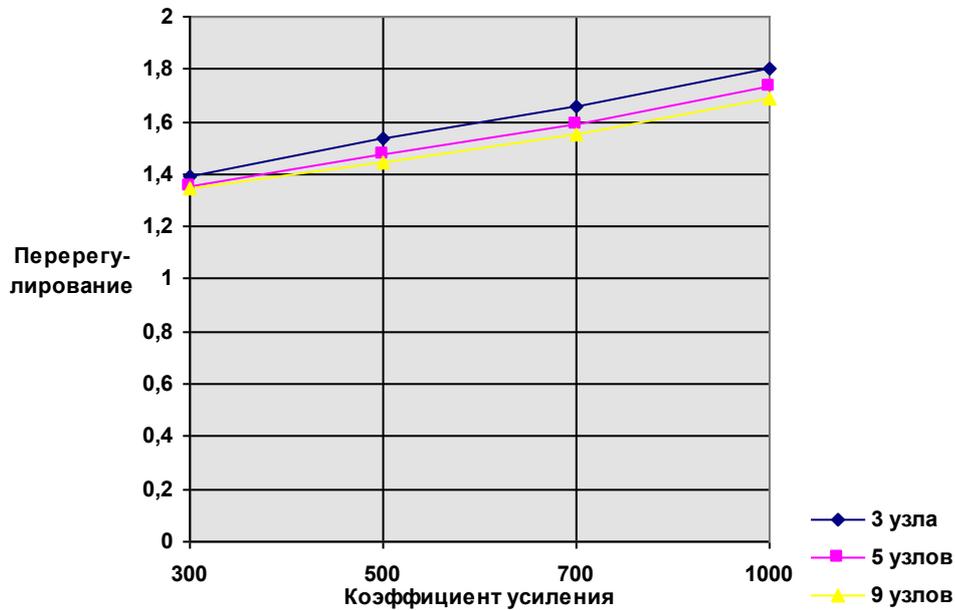


б)

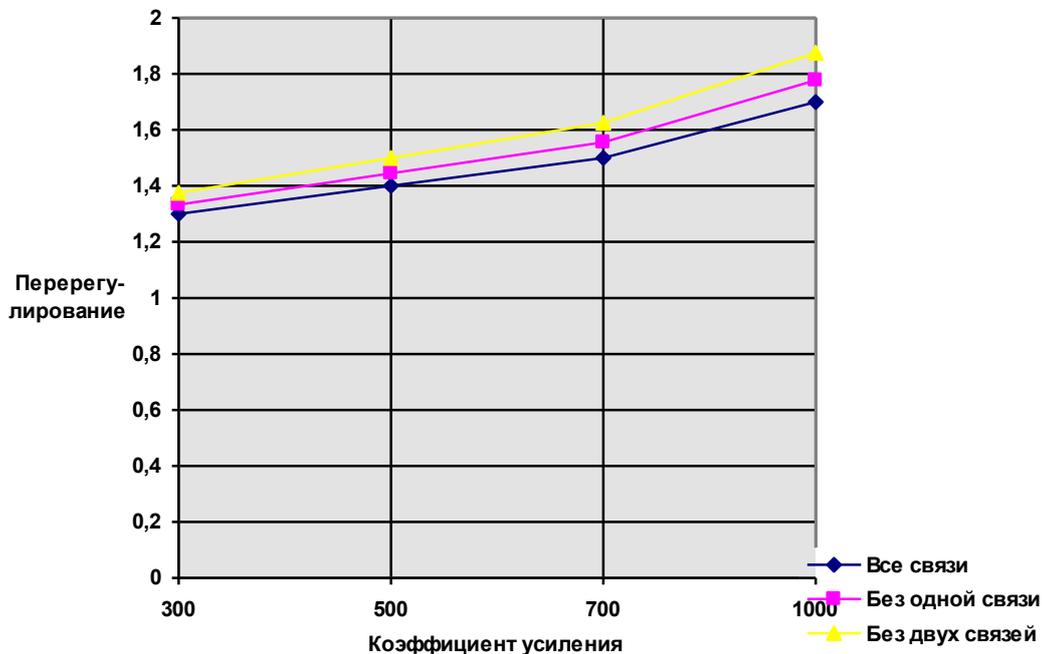
Рис. 5.10. Временные характеристики процессов при скачкообразном изменении фазы:  
а) выходной процесс,  
б) фазовая ошибка

Эксперимент проводился для сетей синхронизации с различным числом узлов и при различной связности. Показано, что перерегулирование уменьшается с ростом числа узлов сети синхронизации и уменьшается с увеличением ее связности (рис. 5.11).

Все полученные выходные характеристики при типовых входных воздействиях ("скачок фазы" и "скачок частоты") удовлетворяют стандартным требованиям, предъявляемым рекомендациями [10 - 13].



а)



б)

Рис. 5.11. Зависимости перерегулирования:

а) от числа узлов полностью связной сети синхронизации,

б) от связности сети синхронизации, состоящей из 10 узлов

Полоса удержания определялась следующим образом. В сети синхронизации, находящейся в режиме синхронизма, на первом узле имитировалось линейное изменение (увеличение или уменьшение) частоты генератора, фиксировались значения частоты, при которых сеть синхронизации переходит в режим биений при увеличении и уменьшении частоты генератора.

Полоса удержания определена для полносвязных сетей синхронизации с разным числом узлов. Показано, что полоса удержания уменьшается с ростом числа узлов сети синхронизации (рис. 5.12).

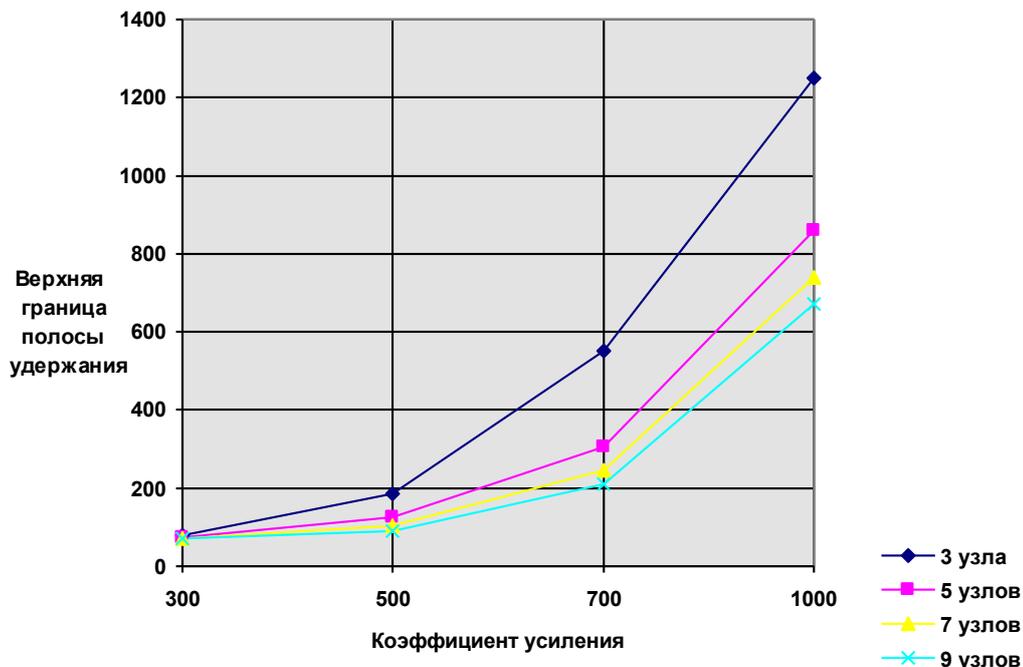


Рис. 5.12. Зависимость полосы удержания от числа узлов полносвязной сети синхронизации

При оценке качества процесса синхронизации существенным является оценка подавляющих свойств сети синхронизации относительно фазовых дрожаний (jitter). В работе исследованы подавляющие свойства сетей синхронизации и оценено влияние параметров устройств синхронизации на подавление фазовых дрожаний.

Степень подавления фазовых дрожаний определялась по формуле:

$$A = 20 \lg \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{A_{\text{ВХ}}}, \quad (5.14)$$

где  $A_{\text{ВХ}}$ ,  $A_{\text{ВЫХ}}$  - амплитуды колебаний фазы на входах и выходах устройств синхронизации.

На входе первого узла имитировалось синусоидальное фазовое дрожание с единичной амплитудой и определенной частотой. Фиксировалась амплитуда фазовых изменений на выходах устройств синхронизации. Временные характеристики сети синхронизации при синусоидальном входном воздействии показаны на рис. 5.13, а. Эксперименты проведены при различных частотах входного синусоидального фазового дрожания.

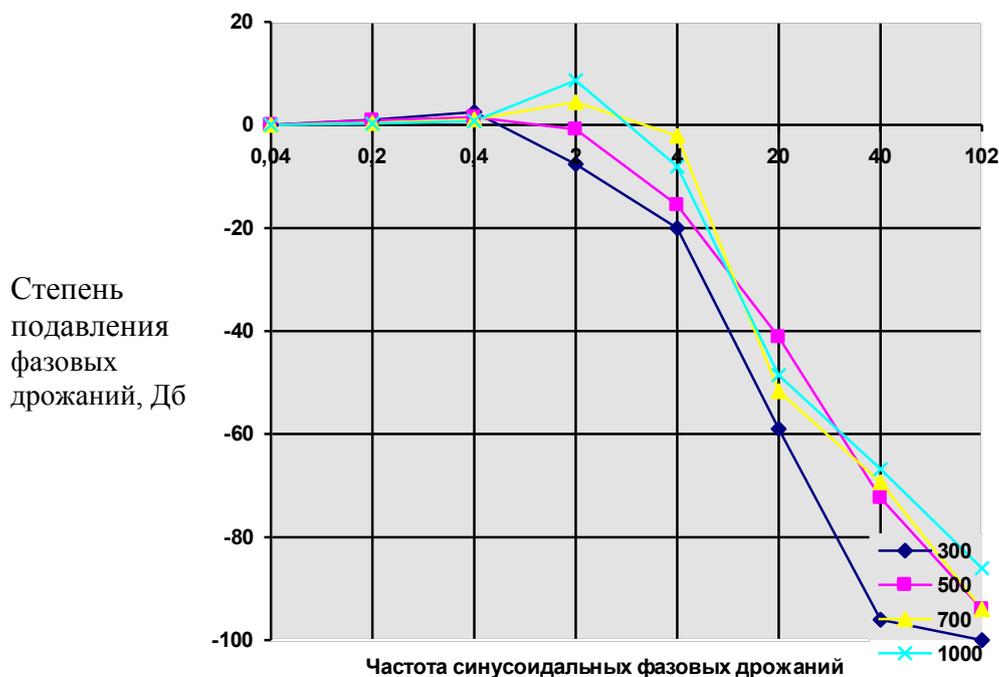
Также исследовано влияние коэффициента усиления ФАПЧ на подавляющие свойства сети синхронизации. Получены зависимости степени подавления фазовых дрожаний от частоты фазового дрожания и коэффициента усиления ФАПЧ (рис. 5.13, б).

Результаты исследований подтвердили подавляющие возможности отдельных ФАПЧ тактовой сетевой синхронизации, причем наиболее интенсивное подавление имеет место в диапазоне частот 10 Гц и выше (jitter).

Подавления низкочастотных составляющих (менее 1 Гц) не происходит. Для их уменьшения следует применять специальные компенсационные методы.



а)



б)

Рис.5.13. Зависимость степени подавления синусоидальных фазовых дрожаний: а) от их частоты, б) от коэффициента усиления ФАПЧ

**Матрицы перехода от L-преобразования к Z-преобразованию**

$$\mathbf{S}_5 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{45} & 0 & -\frac{1}{3} & 1 & -1 \\ \frac{4}{3} & -\frac{25}{9} & 4 & -\frac{7}{3} & -3 & 5 \\ \frac{44}{3} & -\frac{70}{9} & -4 & \frac{26}{3} & 2 & -10 \\ \frac{44}{3} & \frac{70}{9} & -4 & -\frac{26}{3} & 2 & 10 \\ \frac{4}{3} & \frac{25}{9} & 4 & \frac{7}{3} & -3 & -5 \\ 0 & -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S}_6 = \begin{bmatrix} -\frac{2}{105} & 0 & -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & -1 & 1 \\ \frac{68}{105} & -\frac{4}{3} & \frac{126}{45} & -4 & 2 & 4 & -6 \\ \frac{1426}{105} & -\frac{40}{3} & 5 & 8 & -11 & -5 & 15 \\ \frac{3736}{105} & 0 & -\frac{140}{9} & 0 & \frac{52}{3} & 0 & -20 \\ \frac{1426}{105} & \frac{40}{3} & 5 & -8 & -11 & 5 & 15 \\ \frac{68}{105} & \frac{4}{3} & \frac{126}{45} & 4 & 2 & -4 & -6 \\ -\frac{2}{105} & 0 & -\frac{1}{45} & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрицы  $\mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{S}_2$ ,  $\mathbf{S}_3$ ,  $\mathbf{S}_4$  приведены на с. 69.

### Программа цифровой модели ФАПЧ

```

Program FAPCH;
  Uses Crt,Printer;
  Var k,k1,k2,eta1,eta3,eta4,teta,dteta,
      A0,A1,B0,B1,A01,A11,A21,B01,B11,B21,
      A02,A12,B02,B12,
      u10, u11, u12, u20, u21, u22, f0, f1: real;
      n, m, nk, mk: integer;
  Procedure KOEF; {расчет коэффициентов}
  Begin
    A0:=1; A1:=1; B0:=1-2*eta1; B1:=1+2*eta1;
    A01:=1/12-1/2*k1*k2*eta3;
    A11:=5/6;
    A21:=1/12+1/2*k1*k2*eta3;
    B01:=1/12-1/2*eta3*(1+k2+k1*k2)+eta3*eta3*k1*k2;
    B11:=5/6-2*eta3*eta3*k1*k2;
    B21:=1/12+1/2*eta3*(1+k2+k1*k2)+eta3*eta3*k1*k2;
    A02:=1/2*eta4; A12:=1/2*eta4; B02:=-1; B12=1;
  End;
  Procedure FAPCH1; {моделирование одного шага для ФАПЧ}
  Begin
    teta:=teta+dteta;
    e1:=e0; u12:=u11; u11:=u10;
    u22:=u21; u21:=u20;
    f1:=f0;
    e0:=teta-f0;
    e0:=k*e0;
    u10:=1/B1*(A1*e0+A0*e1-B0*u11);
    u20:=1/B21*(A21*u10+A11*u11+A01*u12-B11*u21-B01*u22);
    f0:=1/B12*(A12*u20+A02*u21-B02*f1);
  End;
  Begin
    Writeln('Введите исходные данные для моделирования:');
    Writeln('k,k1,k2,eta1,eta3,eta4,teta,dteta');
    Readln(k,k1,k2,eta1,eta3,eta4,teta,dteta);
    Writeln('Введите nk - число отсчетов для моделирования');
    Readln(nk);
    Writeln('Введите mk - шаг для вывода результатов моделирования');
    Readln(mk);
  End;

```

```

KOEf;
n:=0; m:=0;
u10:=0; u11:=0; u12:=0;
u20:=0; u21:=0; u22:=0;
f0:=0; f1:=0;
While n<=nk do
  Begin
    FAPCH1;
    If (m=0) or (m=mk) Then
      Begin
        Writeln('n=',n, 'teta=',teta, 'f0=',f0, 'e0=',e0/k);
        m:=0;
      End;
      n:=n+1;
      m:=m+1;
    End;
    Writeln('Установившаяся ошибка ФАПЧ равна ',e0/k);
  Repeat
    Until Keypressed;
End.

```

### Результаты выполнения программы цифровой модели ФАПЧ

а) возмущающее воздействие – "скачок фазы"

Введите исходные данные для моделирования:

k,k1,k2,eta1,eta3,eta4,teta,dteta

600 0.1 10 100 1000 10000 1 0

Введите nk - число отсчетов для моделирования

6000

Введите mk - шаг для вывода результатов моделирования

400

n= 0 teta=1.00000 f0=0.00000 eps=1.00000

n= 400 teta=1.00000 f0=1.02976 eps=-0.0265

n= 800 teta=1.00000 f0=1.38467 eps=-0.3857

n=1200 teta=1.00000 f0=0.97482 eps=0.02474

n=1600 teta=1.00000 f0=1.01127 eps=-0.0109

n=2000 teta=1.00000 f0=1.05128 eps=-0.0513

n=2400 teta=1.00000 f0=1.00837 eps=-0.0084

n=2800 teta=1.00000 f0=1.00501 eps=-0.0049

n=3200 teta=1.00000 f0=1.00800 eps=-0.0080

n=3600 teta=1.00000 f0=1.00300 eps=-0.0030

n=4000 teta=1.00000 f0=1.00157 eps=-0.0015

n=4400 teta=1.00000 f0=1.00148 eps=-0.0014

n=4800 teta=1.00000 f0=1.00076 eps=-0.0007  
n=5200 teta=1.00000 f0=1.00042 eps=-0.0004  
n=5600 teta=1.00000 f0=1.00031 eps=-0.0003  
n=6000 teta=1.00000 f0=1.00018 eps=-0.0001

Установившаяся ошибка ФАПЧ равна -1.8076E-04

б) возмущающее воздействие - линейное изменение фазы

Введите исходные данные для моделирования:

k,k1,k2,eta1,eta3,eta4,teta,dteta

600 0.1 10 100 1000 10000 0 0.001

Введите nk - число отсчетов для моделирования

6000

Введите mk - шаг для вывода результатов моделирования

400

n= 0 teta=0.00100 f0=0.00000 eps=0.00100  
n= 400 teta=0.40100 f0=0.15347 eps=0.24856  
n= 800 teta=0.80100 f0=0.69746 eps=0.10492  
n=1200 teta=1.20100 f0=1.15908 eps=0.04289  
n=1600 teta=1.60100 f0=1.54670 eps=0.05532  
n=2000 teta=2.00100 f0=1.96464 eps=0.03741  
n=2400 teta=2.40100 f0=2.37611 eps=0.02590  
n=2800 teta=2.80100 f0=2.77763 eps=0.02438  
n=3200 teta=3.20100 f0=3.18066 eps=0.02134  
n=3600 teta=3.60100 f0=3.58286 eps=0.01914  
n=4000 teta=4.00100 f0=3.98364 eps=0.01836  
n=4400 teta=4.40100 f0=4.38428 eps=0.01773  
n=4800 teta=4.80100 f0=4.78473 eps=0.01728  
n=5200 teta=5.20100 f0=5.18495 eps=0.01705  
n=5600 teta=5.60100 f0=5.58509 eps=0.01691  
n=6000 teta=6.00100 f0=5.98519 eps=0.01681

Установившаяся ошибка ФАПЧ равна 1.6811E-02

**Стандартные требования к характеристикам сети синхронизации:  
 максимальной ошибке временного интервала (МОВИ);  
 выходному сигналу при возмущении вида "скачок фазы";  
 выходному сигналу при возмущении вида "скачок частоты"**

Максимальная  
ошибка  
временного  
интервала  
(МОВИ), нс

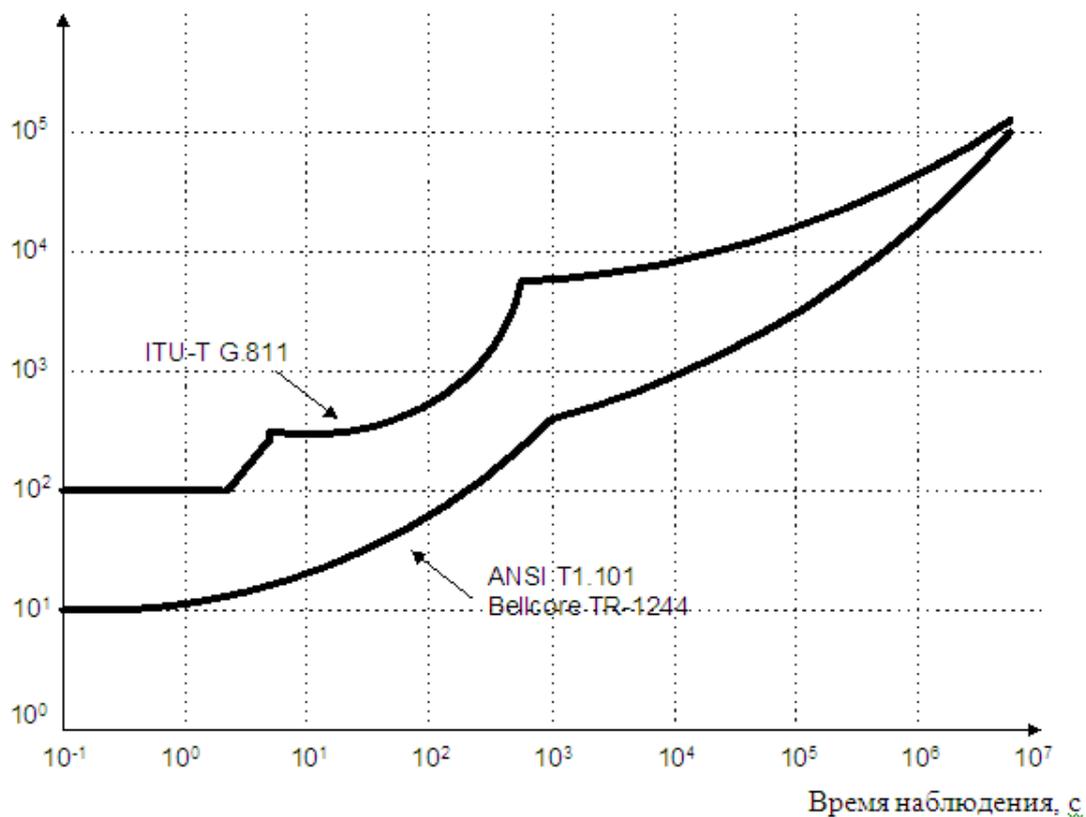


Рис. ПЗ.1. Стандартные требования к максимальной ошибке временного интервала

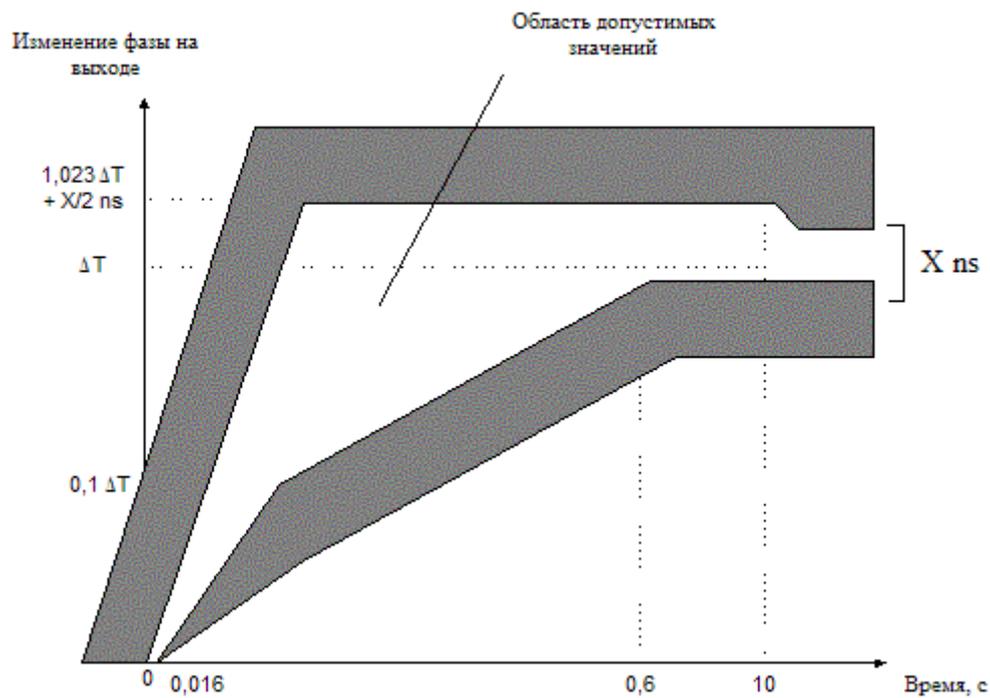


Рис. ПЗ.2. Стандартные требования к выходному сигналу при возмущении вида "скачок фазы" на входе

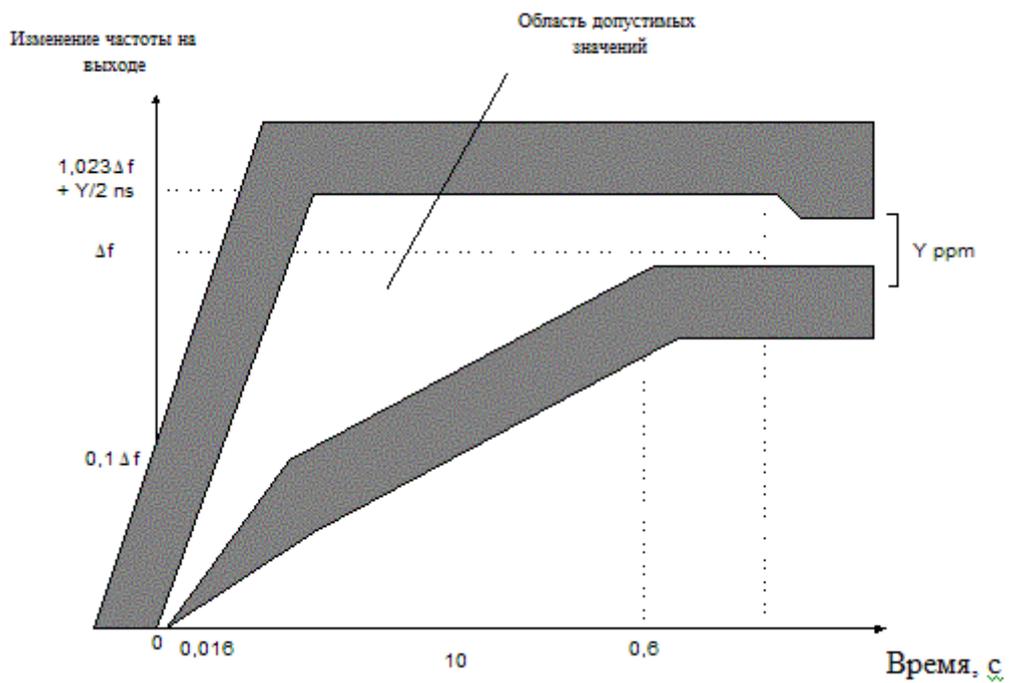


Рис. ПЗ.3. Стандартные требования к выходному сигналу при возмущении вида "скачок частоты" на входе

## Характеристики генераторов

### Характеристики стандартных генераторов

Тип генератора	Кратковременная нестабильность частоты, в день	Долговременная нестабильность частоты (старение)
Водородный генератор	$2 \times 10^{-14}$	$1 \times 10^{-12}$ в год
Цезиевый генератор	$3 \times 10^{-13}$	$3 \times 10^{-12}$ в год
Рубидиевый генератор	$5 \times 10^{-12}$	$3 \times 10^{-11}$ в месяц
Термостабилизированный кварцевый генератор	$1 \times 10^{-9} (0 - 50^\circ C)$	$1 \times 10^{-10}$ в день
Термокомпенсированный кварцевый генератор	$5 \times 10^{-7} (0 - 60^\circ C)$	$3 \times 10^{-9}$ в день
Обычный кварцевый генератор	$\approx 1 \times 10^{-6}$ на $1^\circ C$	не определена

### Характеристики генераторов иерархических уровней

Уровень	Минимальная точность, в день	Минимальная стабильность, в день
1	$1 \times 10^{-11}$	не определена
2	$1,6 \times 10^{-8}$	$1 \times 10^{-10}$
3	$4,6 \times 10^{-6}$	$3,7 \times 10^{-7}$
4	$3,2 \times 10^{-5}$	не определена

Основные требования к блокам системы синхронизации (БСС)  
цифровых коммутационных станций

Параметры	Тип блока синхронизации		
	БСС1	БСС2	БСС3
Относительное отклонение частоты ( $\pm$ )  за сутки  за месяц  за год  за 20 лет	$3,0 \times 10^{-10}$	$2,0 \times 10^{-08}$	$5,0 \times 10^{-08}$
	$1,0 \times 10^{-08}$	$1,0 \times 10^{-06}$	$1,0 \times 10^{-06}$
	$7,5 \times 10^{-08}$	$3,0 \times 10^{-06}$	$3,0 \times 10^{-06}$
	$5,0 \times 10^{-07}$	$1,0 \times 10^{-05}$	$1,0 \times 10^{-05}$
Количество входов синхронизации	6	3	3
Полоса захвата не менее ( $\pm$ )	$2 \times 10^{-7}$	$(1 - 2) \times 10^{-6}$	$(2 - 5) \times 10^{-6}$
Значение частоты среза передаточной характеристики не более (Гц)	0,001	0,01	0,1
Точность запоминания частоты при аварии всех входов синхронизации не хуже ( $\pm$ )	$5 \times 10^{-10}$		

## Список сокращений

### *Русские сокращения*

АРД – асинхронный режим доставки (ATM)  
БСС – блок системы синхронизации (SSU)  
ВОЛС – волоконно-оптические линии связи  
ВРК – временное разделение каналов  
ГУН – генератор, управляемый напряжением  
ДПКД – делитель с переменным коэффициентом деления  
ИКМ – импульсно-кодовая модуляция  
КП – коммутация пакетов  
МОВИ – максимальная ошибка временного интервала  
МСАУ – многосвязные системы автоматического управления  
МССС – многосвязная система синхронизации сети  
МСЭ – международный союз электросвязи (ITU)  
ОВИ – ошибка временного интервала  
ПГ – подстраиваемый генератор  
ПЭГ – первичный эталонный генератор  
ПЦИ – плезиохронная цифровая иерархия (PDH)  
СВСГ – система взаимной синхронизации генераторов  
СИ – синхроимпульсы  
СЦИ – синхронная цифровая иерархия (SDH)  
УДВ – устройство добавления, вычитания  
ФАПЧ – фазовая автоподстройка частоты  
ЦСИО – цифровая сеть интегрального обслуживания (ISDN)  
ЦСП – цифровая система передачи  
ШЦСИО – широкополосная цифровая сеть интегрального обслуживания (B-ISDN)

### *Английские сокращения*

ANSI (A National Standard Institute)  
ATM (Asynchronous Transfer Mode) – асинхронный режим доставки  
AU (Administrative Unit) – административный блок  
AUG (Administrative Unit Group) – группа административных блоков  
B-ISDN (Broadband ISDN) – широкополосная ISDN (Ш-ЦСИО)  
BITS – Структурно-интегрированное обеспечение синхронизации  
GPS (Global Positioning System) – глобальная система позиционирования (объекта)  
OS (Optical Carrier) – оптическая несущая  
SDH Synchronous Digital Hierarchy) – синхронная цифровая иерархия  
SOH (Section Overhead) – секционный заголовок  
SONET (Synchronous Optical Network) – синхронная оптическая сеть  
SSU (Synchronization Supply Unit) – блок системы синхронизации (БСС)

STM-1 (Synchronous Transport Module of level 1) – синхронный транспортный модуль первого уровня иерархии SDH-155.520 Мбит/с  
STM-N (Synchronous Transport Module of level N) – синхронный транспортный модуль SDH уровня N, где N=1, 4, 16, 64, 256  
POH (Path Overhead) – маршрутный заголовок  
PRC (Primary Reference Clock) – первичный эталонный генератор (ПЭГ)  
PTR (Pointer) – указатель  
TU (Tributary Unit) – трибный блок; блок или элемент структуры мультиплексирования SDH, обеспечивает согласования между нижними и верхними уровнями иерархии  
TUG-2 (Tributary Unit Group-2) – группа трибных блоков уровня 2 – элемент SDH, формируемый путем мультиплексирования трибных блоков TU-1;2  
VC (Virtual Container) – виртуальный контейнер – элемент структуры мультиплексирования SDH

## ЛИТЕРАТУРА

1. Sexton M., Raid A. Transmission Networking: SONET and Synchronous Digital Hierarchy//Artech House. – 1992.
2. Bellamy J. Digital Network Synchronization//IEEE, Communication Magazine. – 1995. – April. – P. 70-83.
3. ITU Recommendation G.702 Digital Hierarchy Bit Rates, Melbourne, 1988.
4. ANSI T1-107-199x Digital Hierarchy-Format Specification.
5. Боккер П. ISDN Цифровая сеть с интеграцией служб. – М.: Радио и связь, 1991.
6. Петрович В.И., Беридзе Д.А. Широкополосная цифровая сеть с интеграцией служб и аудиовизуальная связь.
7. Захаров Г.П., Яновский Г.Г. Широкополосные сети цифрового обслуживания/ЛЭИС. – СПб, 1994.
8. Draft ANSI T1.105-199x Synchronous Optical Network (SONET) – Basic Description including Multiplex Structure, Rates and Formats.
9. ITU G.709. Структура синхронного группообразования. – Мельбурн, 1998.
10. G.810-G.824. Соображения по хронированию и синхронизации. – Мельбурн.-1998.
11. TA-001244 Synchrnized Clock: Common Generic Criteria, Bellcore, 1991.
12. ANSI T1.101-1994 Synchronization interface Standart.
13. Kartaschoff. Synchronization in Digital Communication Network.
14. Шахгильдян В.В. Системы фазовой синхронизации. – М.: Радио и связь, 1989.
15. Щелованов Л.Н., Антонова Г.С., Доронин Е.М. Основы теории автоматического управления/ГУТ. – СПб, 1997.
16. Щелованов Л.Н. Моделирование элементов телевизионных систем. – М.: Радио и связь, 1981.

17. Щелованов Л.Н., Рассказова Е.И. Моделирование элементов систем ПДС/ЛЭИС. – Л., 1989.
18. Морозовский В.Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. – М.: Энергия, 1970.
19. Boxer R., Thaler A. A simplified method of solving linear and non-linear systems//Proc.IRE. V. 44. № 1. P. 89-94. – Jan. 1956.
20. Щелованов Л.Н., Доронин Е.М., Антонова Г.С. Экспериментальное подтверждение целесообразности использования метода Боксера-Талера для моделирования линейных звеньев сложной структуры / V ВНТК: тез. докл. / СПВВИУС. – СПб, 1994.
21. Gardner F., Mills D. Improved Algorithm for Synchronizing Computer Network Clocks//IEEE/ACM Trans. On Networking. V. 3. № 3. – June 1995.
22. Пьезоэлектрические резонаторы: Спр. – М.: Радио и связь, 1992.
23. Руководящий Технический Материал по построению системы тактовой синхронизации на сетях Российской Федерации / М.: ЦНИИС, 1995.
24. Karlquist R. A narrow band high-resolution synthesis using a direct digital synthesizer followed by repeated dividing and mixing//IEEE International frequency control symposium, 1995.
25. Линдсей У.С., Гхазвинян Ф., Хагман В.Г., Дессуки Х. Синхронизация сетей / ТИИЭР. – 1985, окт. – Т. 73, № 10.
26. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977.
27. Lindsay W. Modelling, Characterization and Measurement of Oscillator Frequency Instability, NTIS Technical Report AD-785 862 № 8, 1980.
28. Голд В. Цифровая обработка сигналов / Пер. с нем. – М.: Советское радио, 1973.
29. Шахгильдян В.В. Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации. – М.: Радио и связь, 1989.
30. ETS 300 462-1 – 300-462-1-6 Generic Requirements on Synchronization Networks, ETSI, November, 1996.
31. Kusyk R., W.Krzymein, Moore T. Analysis of Techniques for the Reduction of Jitter Caused by SONET Pointer Adjustments// IEEE Trans. On Communications, V. 42, № 2/3/4, February/March/April, 1994, P. 2036-2950.
32. Douglas R., Boulanger J. Local Oscillator requirements for timekeeping in the  $10^{-14} \tau^{-1/2}$  era// IEEE International frequency control symposium, 1992.
33. Miller C., McQuate D. Jitter Analysis of High-Speed Digital System. Hewlett-Packard Journal, February 1995, P. 49-56.
34. Sari H., Karam G. Cancellation of Pointer Adjustment Jitter in SDH Networks//IEEE Trans. On Communications, V. 42, № 12, December, 1994, P. 3200-3207.
35. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. – М.: Физматгиз, 1963.
36. Щелованов Л.Н., Лукьянченко Я.И., Доронин Е.М. Метод математического моделирования на ЦВМ переходных процессов в системе

ИФАПЧ строчной синхронизации// Вопросы радиоэлектроники.-1971. – Вып. 5. – С. 32-41. (Сер. ТТ).

37.L.N. Schelovanov, G.S. Antonova, S.T. Vuong. Simulation of SONET/SDH Synchronization Networks, Proc. 18th Biennial Symposium on Communications, Queen's University, Kingston, Canada, June 2-5, 1996.

38.G.S. Antonova, L.N. Schelovanov, M. Sablatash. Simulation and investigations of clock synchronization for digital communications networks. Ottawa, Ontario K2H 8S2 CANADA, 1998.

39.Малахов А.Н. Флуктации в автоколебательных системах. – М.: Наука, 1968.

40.Шитиков Г.Т. Стабильные автогенераторы метровых и дециметровых волн. – М.: Радио и связь, 1983.

41.Howe D., Allan D., Barnes J. Properties of oscillator signals and measurements methods, Morion inc., 1996.

42.Морион. Техническая документация к выпускаемым кварцевым генераторам. – М.: Морион, 1996.

43.Sandia Lab Documentation.

44.Слепов Н.Н. Синхронные цифровые сети SDH.-М.: Эко-трендз, 1998.

45.K.V. Kostuk, L.N. Schelovanov, G.S. Antonova, M. Sablatash. Investigation of Clock Synchronisation Network, Composed of PLLs with Non-linear Components. Vancouver BC Canada, 2000.

46.G.S. Antonova, L.N. Schelovanov, S.T. Vuong. A Universal Simulation Model for SONET/SDH Synchronization Networks, Proc. of etaCOM'96 – The First Annual Conference on Emerging Technologies and Applications in Communications, IEEE, Portland, USA, May 7-10, 1996.

## СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	3
1. ОСОБЕННОСТИ ЦИФРОВЫХ СЕТЕЙ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ .....	4
1.1. Этапы развития цифровых сетей телекоммуникаций .....	4
1.2. Принципы мультимплексирования в рамках технологии SDN .....	6
2. КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СИНХРОНИЗАЦИИ В ЦИФРОВЫХ СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ .....	9
3. ПРИНЦИПЫ ТАКТОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ И ЦИФРОВЫХ СЕТЯХ СВЯЗИ .....	25
3.1. Классификация систем тактовой синхронизации .....	25
3.2. Фазовая автоподстройка частоты .....	27
3.3. Матричный метод исследования системы тактовой сетевой синхронизации .....	54
4. МЕТОДЫ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ .....	59
4.1. Цифровая модель линейной системы .....	60
4.2. Моделирование устройств синхронизации .....	71
4.3. Влияние задержек в каналах связи на тактовую сетевую синхронизацию .....	79
4.4. Моделирование случайных процессов в ФАПЧ .....	84
5. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЕТЕЙ СИНХРОНИЗАЦИИ .....	87
5.1. Критерии исследования устойчивости .....	87
5.2. Анализ качества автоматического управления сетей синхронизации .....	88
5.3. Результаты исследования сетей синхронизации на основе цифрового моделирования .....	94
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Матрицы перехода от L-преобразования к Z-преобразованию .....	103
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Программа цифровой модели ФАПЧ .....	104
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Стандартные требования к характеристикам сети синхронизации .....	107
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Характеристики генераторов .....	109
Список сокращений .....	111
ЛИТЕРАТУРА .....	112

Редактор Е.Ю. Пономарева

---

ЛР № 020475 от 29.04.97. Подписано к печати ..... 2000.

Объем уч.-изд. л. 7,25. Тираж 420 экз. Зак.

---

РИО СПб ГУТ

Отпеч. множ. т., ст «Факультет ДВО»

191186, СПб, наб. р. Мойки, 61